

厦门大学硕士学位研究生毕业论文

线性系统的反馈控制研究

系(所、室): 计算机与系统科学系

专 业: 运筹学与控制论

研究 方 向: 滤波与随机控制

研究生姓名: 潘胜强

指 导 教 师: 李文清教授



一九八八年五月

目 录

第一章 综合评述	1
§1 确定性系统的反馈控制	1
1.1 一般反馈系统的鲁棒性与灵敏度	1
1.2 线性二次指标下反馈系统的鲁棒性与灵敏度	2
1.3 反馈系统零极点配置	2
§2 随机系统二次指标下的反馈控制	2
§3 本文研究内容	3
§4 名词解释与符号说明	3
第二章 一类时滞系统反馈控制下零极点分布的研究	6
§1 单输入单输出情形	6
§2 多输入多输出情形	12
§3 一个简单例子	13
第三章 扰动下线性二次型反馈调节回路的鲁棒性及其灵敏度	16
§1 问题的描述	16
§2 主要结果及其证明	19



0331

第四章 随机系统二次指标下的反馈控制	23
§1 问题的描述	23
§2 问题的求解和讨论	24
§3 闭环系统的动态品质	29
附录A. 用随机动态规划方法求随机系统在二次指标下的最优反馈控制律	31
附录B 离散型 Riccati 差分方程的解及其性质	37
参考文献	41
致 谢	45

第一章 综合评述

在这一章中，我们对确定型和随机型动态系统在反馈控制领域取得的成果及其发展过程作一初步探讨，并且指出本文的研究内容和一些概念符号的说明。

§1 确定型系统的反馈控制

历史上，控制工程领域利用反馈控制作为满足如下设计要求的一种手段 M. G. Safonov [1. P1]:

- (i) 使不够稳定的系统稳定;
- (ii) 减弱噪音对系统的影响;
- (iii) 实现特别的传输响应或频率响应 (也就是适当的零极点对配置);
- (iv) 提高系统对开环动态变化的鲁棒性 (动态变化包括: 参数变动、非模型动态或非线性、奇异扰动等)。

现在我们来看看反馈理论发展的进程和部分研究成果。

1.1 一般反馈系统的鲁棒性和灵敏度

反馈系统鲁棒性研究的基础工作 [1. P8] 起始于 Bode [2, PP451-488], 尽管 Bode 没有使用鲁棒性和灵敏度这两个名词, 但在思想上是接近的, 后来又有许多学者在 Bode 工作基础上进行了研究。

与反馈系统鲁棒性课题关系密切的结果已由 Zames [3. 4] 建立起来了。Davison [5] 在研究具有特别动态方程的附加扰动输入而使系统实现零稳态跟踪时, 把鲁棒性与线性反馈系统理论联系起来。

这方面的工作仍在进一步深入。

1.2 线性二次指标下反馈系统的鲁棒性和灵敏度

经典的反馈控制技术是直接地来满足系统设计要求(i)-(iv), 显得过于繁锁难于实现, 除非对较简单的反馈结构。利用线性二次指标的反馈调节则显得简单一些、且较易实现。

利用线性二次指标下状态反馈调节以来研究控制系统的设计, Kalman [6] 对单输入单输出情形进行了研究, 得到具有无限增益域, 至少 $\pm 60^\circ$ 的象域和至少 50% 的增益降低鲁棒性。Anderson and Moore [7, pp 70-76] 对此作了进一步研究, Safonov and Athans [8] 对多变量系统得到了与 Kalman 类似的结果。Zheng [9] 考虑了线性二次调节器下系统对参数扰动的优化问题, Katayama and Sasaki [10] 将 [8] 的结果作了进一步的推广。

这种问题研究反馈系统鲁棒性和灵敏度的方法把最优控制理论和系统结构相结合, 得到令人满意的结果。

1.3 反馈系统的零极点配置

前面我们提到, 零极点配置是控制工程中利用反馈控制的要求之一。对于定常线性系统我们知道完善的结果是“系统极点能任意配置的充要条件是系统完全能控”。但是对于时变线性系统、非线性系统和具有延时的线性与非线性系统而言, 利用反馈控制来实现预定的零极点配置仍然具有困难的。这方面的学者较多, 如廖晓昕 [11]、Siliak [12] 等。

§2 随机系统二次指标下的反馈控制

我们知道自然界中多数系统是随机系统或时变系统来描述更确切。事实上, 确定性过程的控制理论只有下述特有的性质 Aström [13, p₂ 中译本]:

(1) 控制程序(开环系统)和反馈控制(闭环系统)之间没有差别;

(ii) 最优反馈控制就是简单地把状态空间映射到控制空间的一个函数;

(iii) 用来计算控制信号实际值的误差不是很明显。这样, 我们看到了确定性控制理论的局限性。问题的核心在于用确定性控制理论时, 没有给扰动一个现实的模型。如果引进扰动, 总认为它是一个预知的函数 [13. p₃]。因此随机控制问题的研究就是非常必要的了。

现在, 我们仅对线性随机系统, 判别准则外用状态变量和控制变量的二次型数学期望取极小, 这时的反馈控制理论。这方面的核心结果是所谓的分离定理 [13. p₃₀₅]。这个结果表明: 最优控制策略可以分成两部分, 一个状态估计器, 它从观测输出产生系统状态的最优估计, 当然在一定指标下; 一个线性反馈律, 它给出由状态估计器的线性函数表示的控制信号。从这一结论我们可以看到随机反馈控制与确定性反馈控制的差异。

随机反馈控制的研究仍在进行, 如 Toshi [14], Moore and Xia [15], Roberts [16], Lee and Chen [17], YAZ [18, 19, 20], 并得到了一些较好的结果。

§3 本文的研究内容

在这篇文章中, 作者对确定型线性系统在二次性能指标下反馈闭环系统的鲁棒性和灵敏度进行了研究和探讨, 并且得到了 [6] [8] [10] 相近的结果, 但是考虑的系统比 [6] [8] [10] 广泛一些。作者也对一类非常简单的时滞系统的零极点性质进行了探讨, 得到了部分结果。同时对线性随机系统在二次性能指标下反馈系统的结构及其稳态性质进行了分析和探讨, 得到了部分结果。

§4 名词解释和符号说明

本文用到的主要名词和符号, 在这里我们予以定义和适当说明。
 U — 表示控制变量空间, 在这里是 Y 维欧氏空间 R^Y 的子集;

X — 表示状态变量空间, 在这里是 n 维欧氏空间 R^n 的子集;
 Y — 表示输出变量或观测变量空间, 在这里是 m 维欧氏空间 R^m 的子集;

$A^T (X^T)$ — 表示矩阵 A (向量 X) 的转置;

A^H — 表示矩阵 A 的共轭 (也就是 A^T 的复对偶, 即将 A^T 的每一元素换成其共轭复数后的矩阵);

(Ω, \mathcal{F}, P) — 表示一般概率测度空间, 其中 Ω 表示样本集合, \mathcal{F} 表示定义于 Ω 上的 σ -代数, P 为 (Ω, \mathcal{F}) 上的一个概率测度;

$\xi(\omega)$ — 为定义在 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的一般随机向量;

$\{\xi_t\}_{t \in I}$ — 为定义在 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的随机过程或随机序列;

$E\xi$ — 表示随机变量 ξ 的数学期望, 对于随机变量 X , 有时用 m_x 表示 X 的数学期望 EX ;

$D\xi = E[\xi - E(\xi)]^2$ — 表示 ξ 的方差, 对于随机变量 X , 我们有时用 R_x 表示其方差;

$\text{Var}(\xi, \eta) = E\{[\xi - E(\xi)][\eta - E(\eta)]^T\}$ — 表示 ξ, η 的协方差;

定义 1: 算子 $T: U \rightarrow Y$ 称为不可预测的 (nonanticipative) 如果输出在任何时刻 t_0 的值仅仅依赖于输入在时间 $t \leq t_0$ 的值;

定义 2: 函数 $X: [0, \infty) \rightarrow R^n$ 称为渐近稳定的, 如果:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0$$

由一般微分方程描述的系统称为大范围渐近稳定的, 如果对任取的初始值, 它的对应解都是渐近稳定的;

定义 3: 函数 $X: [0, \infty) \rightarrow R^n$ 称为平方可积的, 如果,

$$\|X\|^2 \triangleq \int_0^{\infty} X^T(t)X(t)dt < \infty$$

对所有均方可积的 X , 号 $\|X\|$ 称为 X 的范数;

定义 4: 设 (S) 表示系统 $X(t) = (\mathcal{F}X)(t)$, $\mathcal{F}0 = 0$, 这里 \mathcal{F} 为线性或非线性的算子, 对于算子 H , 我们称 $[H, S]$ 为可检测的, 如果对满足 (S) 的非均方可积函数 $X: [0, \infty) \rightarrow R^n$, HX 也

为非均方可积的。

如果我们考虑 $X(t)$ 为某物理系统的内部动态描述，而 $(HX)(t)$ 作为输出向量，那么可检测本质上意味着系统内部动态的不能稳定运动导致不能稳输出。假如 H 为非奇异方阵，那么 $[H, S]$ 显然是可检测的。

定义 5. 我们说映射时间函数成时间函数的算子为无记忆的 (memoryless)，如果映射在时刻 t 的值仅仅依赖于 t_0 和原象在时刻 t_0 的值。

定义 6. 称随机过程 $\{X(t), t \in I\}$ 为平稳过程，如果对于任意 $t_i \in I$ 和 $t_i + \tau \in I$ $i=1, 2, \dots, K$ 的所有 τ ，有 $X(t_1), \dots, X(t_K)$ 的分布等于 $X(t_1 + \tau), \dots, X(t_K + \tau)$ 的分布。

定义 7. 如果随机过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 有均值和自身协方差函数为：

$$m(t) = E\{X(t)\} = 0$$

$$R(t, \tau) = \text{Cov}\{X(t), X(\tau)\} = Q(t)\delta(t - \tau)$$

则该随机过程称为零均值的噪声过程。上式中 $Q(t)$ 是与白噪声强度有关的对称非负定阵，一般说来，它与时间有关。其中

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} 1 & t = \tau \\ 0 & t \neq \tau \end{cases}$$

如果上述白噪声过程还具有高斯分布，则它称为零均值高斯白噪声过程。

定义 8. 如果随机序列 $\{X(k), k \geq 0\}$ 有均值和自身协方差函数为：

$$m(k) = E\{X(k)\} = 0$$

$$R(k, j) = \text{Cov}\{X(k), X(j)\} = Q(k)\delta_{kj}$$

$$\text{式中 } \delta_{kj} = \begin{cases} 1 & k=j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$$

则该随机序列称为白噪声序列。如果此白噪声序列只有高斯分布，则称之为零均值高斯白噪声序列。

定义 9. 一算子 Π 只有 $\Pi 0 = 0$ 称为只有有限增益的，如

果存在常数 $K < \infty$ ，使得：

$$\|\pi u\| \leq K \|u\|$$

这里 π 是从一个赋范线性空间到另一个赋范线性空间的算子。

定义10：对于在 $(-\infty, \infty)$ 有定义，而在 $t < 0$ 时恒等于零的函数 $f(t)$ ，如果

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

存在，则称 $F(s)$ 为 $f(t)$ 的 Laplace 变换。显然如果 $f(t)$ 于 $[0, \infty)$ 绝对可积，则拉普拉斯变换存在。

定义11：定义于 $(-\infty, \infty)$ 而在 $(-\infty, 0)$ 取值0的函数 $f(t)$ ，如果：

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

存在，则称 $F(j\omega)$ 为 $f(t)$ 的 Fourier 变换。显然，如果 $f(t)$ 于 $[0, \infty)$ 绝对可积，那么 $f(t)$ 的 Fourier 变换存在。

定义12：我们称算子对 (A, B) 是完全能控的，如果系统 $\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$ 为完全能控的。称 λ 为 (A, B) 的不能控模子，如果 $(A - \lambda I, B)$ 不是完全能控的，这里 A, B 一般为矩阵。

定义13：我们称矩阵对 (C, A) 为完全能观的，如果系统：

$$\dot{X}(t) = AX(t) \quad y(t) = CX(t)$$

为完全能观的。称 λ 为 $(C, A - \lambda I)$ 的不能观的模子，如果 $(C, A - \lambda I)$ 为不能观的。

第二章 一类时滞系统反馈控制下系统零极点分析

§1 单输入单输出情形

我们考虑如下所示单输入单输出时滞微分系统：

$$\begin{aligned}
 & x^{(n)}(t) + a_1 x^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} x'(t) + a_n x(t) \\
 & = b_0 u^{(m)}(t) + b_1 u^{(m-1)}(t) + \dots + b_{m-1} u'(t) + b_m u(t) + \\
 & \quad + b_{m+1} u(t-\lambda)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

这里 $\lambda > 0$ 为时滞, $b_0 \neq 0$, $b_{m+1} \neq 0$

对 (2.1) 施以 Laplace 变换, 即得系统传递函数表示为

$$X(S) = \frac{b_0 S^m + b_1 S^{m-1} + \dots + b_{m-1} S + b_m + b_{m+1} e^{-\lambda S}}{S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_{n-1} S + a_n} U(S) \tag{2.2}$$

其中 $X(S)$ $U(S)$ 分别是 $x(t)$, $u(t)$ 的 Laplace 变换表达式。
于是得到图 2-1 所示开环系统:

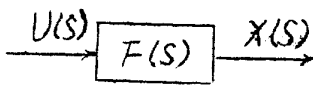


图 2-1

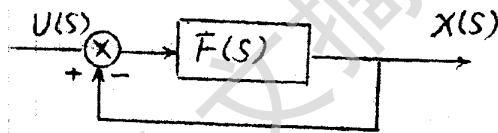


图 2-2

这里

$$F(S) = \frac{b_0 S^m + b_1 S^{m-1} + \dots + b_{m-1} S + b_m + b_{m+1} e^{-\lambda S}}{S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_{n-1} S + a_n} \tag{2.3}$$

现在考虑如图 2-2 所示闭环反馈系统, 那么闭环系统传递函数表示为:

$$\begin{aligned}
 X(S) &= \frac{F(S)}{1 + F(S)} U(S) \\
 &= \frac{B(S) + b_{m+1} e^{-\lambda S}}{A(S) + B(S) + b_{m+1} e^{-\lambda S}} U(S)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

其中

$$A(S) = S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_{n-1} S + a_n \tag{2.5}$$

$$B(S) = b_0 S^m + b_1 S^{m-1} + \dots + b_{m-1} S + b_m \tag{2.6}$$

我们知道闭环系统 (2.4) 的稳定性取决于其极点分布情况, 而其状态曲线的形状又与其零点分布有关。而闭环系统的极点

的集合为，

$$f(s) = A(s) + B(s) + b_{m+1}e^{-\lambda s} \quad (2.7)$$

的零点的全体。下面我们将指出这时候 $f(s)$ 的零点的集合是 (可数无穷集，因而与定常线性情况极点的分布有本质的差别。

设 $b_m \neq 0$ ，定义：

$$g(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n + b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_{m-1} z \quad (2.8)$$

$$h(z) = b_m + b_{m+1} e^{-\lambda z} \quad (2.9)$$

如果 $b_m = 0$ ，我们可以引进一项非零的 b_m 于 (2.9)，而在 (2.8) 中减去 b_m ，那么有

$$f(z) = g(z) + h(z) \quad (2.10)$$

我们先看 $h(z)$ 的零点分布情况。

令 $z = x + iy$ ， x, y 为实数， i 为虚数单位。

则：

$$\begin{aligned} h(z) &= b_m + b_{m+1} e^{-\lambda(x+iy)} \\ &= b_m + b_{m+1} e^{-\lambda x} \{ \cos(-\lambda y) + i \sin(-\lambda y) \} \\ &= [b_m + b_{m+1} e^{-\lambda x} \cos(\lambda y)] - i b_{m+1} e^{-\lambda x} \sin(\lambda y) \end{aligned} \quad (2.11)$$

这里我们假设 b_m, b_{m+1} 为非零实数，于是由 $h(z) = 0$ 得：

$$b_m + b_{m+1} e^{-\lambda x} \cos(\lambda y) = 0 \quad (2.12)$$

$$b_{m+1} e^{-\lambda x} \sin(\lambda y) = 0 \quad (2.13)$$

由 (2.12), (2.13) 得 $z = x + iy$ 为 $h(z)$ 的零点的全体。

由 (2.13) 得：

$$\lambda y = k\pi \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

即

$$y = \frac{K}{\lambda} \pi \quad K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.14)$$

将 $\lambda y = K\pi$ 代入 (2.12) 得:

$$b_m + b_{m+1} e^{-\lambda x} (-1)^K = 0$$

于是当 b_m, b_{m+1} 同号时, K 只能取奇数, 即 $K = 2m + 1$ 的形式, m 为整数, 这时得:

$$x = -\frac{1}{\lambda} [\ln|b_m| - \ln|b_{m+1}|] \quad (2.15)$$

因而当 b_m, b_{m+1} 同号时, $f(z)$ 的零点的集合为:

$$\left\{ z \mid z = x + iy, \quad x = -\frac{1}{\lambda} [\ln|b_m| - \ln|b_{m+1}|] \right. \\ \left. y = \frac{2m+1}{\lambda} \pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \right\} \quad (2.16)$$

同理得 b_m, b_{m+1} 异号时 $f(z)$ 的零点的集合为:

$$\left\{ z \mid z = x + iy, \quad x = -\frac{1}{\lambda} [\ln|b_m| - \ln|b_{m+1}|] \right. \\ \left. y = \frac{2m}{\lambda} \pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \right\} \quad (2.17)$$

这就是说无论哪种情形, $f(z)$ 的零点的集合均为可数无限集.

进一步, 我们可以得到 $\tilde{f}(z) = b_{m+1} + b_m e^{\lambda z}$ 与 $f(z)$ 有相同的零点. 事实上, 由于

$$\tilde{f}(z) = b_{m+1} + b_m e^{\lambda z} = e^{\lambda z} [b_m + b_{m+1} e^{-\lambda z}] \\ = e^{\lambda z} f(z) \quad (2.18)$$

故 $\tilde{f}(z)$ 与 $f(z)$ 有相同的零点.

为了考查 $g(z) = f(z) + \tilde{f}(z)$ 的零点分布情况, 我们应用下面已有的定理:

定理 2.1 (儒歇定理) (Rouché)

设 C 为一恰当曲线, 函数 $f(z)$ 及 $\varphi(z)$ 满足条件:

(i) 它们在 C 上及其内部解析

(ii). 在 C 上, $|f(z)| > |\varphi(z)|$
 则函数 $f(z)$ 与 $f(z) + \varphi(z)$ 在 C 的内部有同样多的零点即

$$N(f + \varphi, C) = N(f, C) \quad (2.19)$$

现在对于 (2.8) (2.9) 定义的 $g(z)$, $h(z)$, 对于固定的 y , 我们知道在 $z = x + iy$ 下, 当 $x \rightarrow -\infty$ 时, 有

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ z = x + iy}} \frac{g(z)}{h(z)} = 0 \quad (2.20)$$

于是存在一条曲线 $x = m(y)$ 于左半平面, 当 z 在此曲线的左边时:

$$|g(z)| < |h(z)| \quad (2.21)$$

由于 $h(z)$ 的零点位于一条平行于虚轴的直线上。故可取 $m(y)$, 使当 $x < m(y)$ 时, 一方面 $|h(z)| > |g(z)|$, 另一方面 $h(z)$ 在这时不为零。

同样易知, 对于固定的 y , 我们有 $z = x + iy$ 在 $x \rightarrow +\infty$ 时,

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ z = x + iy}} \frac{h(z)}{g(z)} = 0 \quad (2.22)$$

于是存在曲线 $x = M(y)$, 当 z 落在此曲线之右边时:

$$|g(z)| > |h(z)| \quad (2.23)$$

由于 $g(z)$ 是多项式, 故有 $x > M(y)$ 时, 一方面成立 $|g(z)| > |h(z)|$, 另一方面这时 $g(z)$ 不为零。

显然 $g(z)$, $h(z)$ 均在整平面上解析, 于是由 Rouché 定理, 对于图 2-1 中所示的曲线 C_1 和位于 $x = M(y)$ 右边的任何曲线 C_2 , 其围域内没有 $f(z) = g(z) + h(z)$ 的零点, 从而 $f(z)$ 的零点全部位于域 Σ 内。

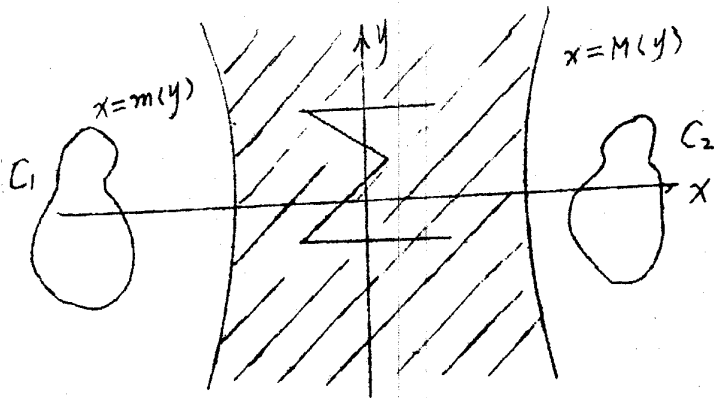


图 2-3

现在我们来考虑 $f(z) = g(z) + h(z)$ 的零点个数问题, 我们先定义函数 $F(z)$ 为 p 阶的, 如果对任何 $\varepsilon > 0$, 当 $|z| \rightarrow +\infty$ 时, 有

$$F(re^{i\theta}) = O(e^{r^{p+\varepsilon}}) \quad r > 0 \quad (2.24)$$

即存在 $K > 0$, 使

$$|F(re^{i\theta})| < Ke^{r^{p+\varepsilon}} \quad (2.25)$$

显然对于我们的 $f(z)$, 它是 1 阶的。 (得到)

1897 年波雷尔在毕卡定理的基础上, 定理 2.2 (波雷尔定理)

设 (i) $F(z)$ 是 p 阶整函数 ($0 < p < \infty$) ①

(ii) $n(r, A)$ 表示 $F(z)$ 在圆 $|z| \leq r$ 上的值为 A 的点的个数 (按重数计算), 则对于每一有限值 A , 有:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln n(r, A)}{\ln r} = p \quad (2.26)$$

最多除去一个例外值, 对于这个例外值, 上式左边小于 p' 。

注 1: 复变函数 $F(z)$ 称为整函数, 如果 $F(z)$ 在整个复平面解析。

于是显然 $f(\lambda)$ 满足定理 2.2 的条件, 因此一般来说 $f(\lambda)$ 有无穷多个零, 我们这里 $f(\lambda)$ 的阶为 1。

因此, 我们得到这样的结论: 对于闭环控制系统 (2.4) 一般来说其极点有无穷多个, 而且位于图 2-3 所示的域 Σ 内。

§2 多输入多输出情形

设多输入多输出系统方程为:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + CV(t-A) \quad X > 0 \quad (2.27)$$

得到其 Laplace 变换式为:

$$X(S) = (SI - A)^{-1} BU(S) + (SI - A)^{-1} C e^{-\lambda s} V(S) \quad (2.28)$$

即图 2-4 所示的开环系统:

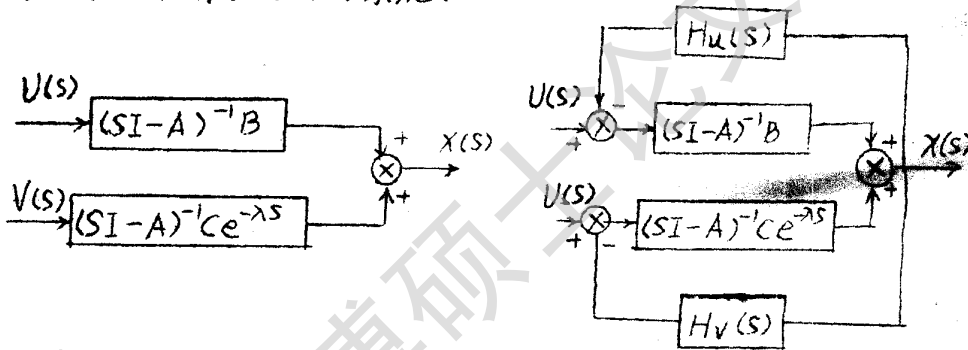


图 2-4

图 2-5

而图 2-5 所示闭环反馈系统传递函数阵为^②:

$$X(S) = \left(\frac{(SI - A)^{-1} B}{I + (SI - A)^{-1} [BH_u(s) + C e^{-\lambda s} H_v(s)]} \right) \begin{pmatrix} U(s) \\ V(s) \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

于是闭环系统的极点由矩阵值函数

$$F(s) = [\det(sI - A)]D(s) + (sI - A)[B\bar{H}_u(s) + Ce^{-\lambda s}\bar{H}_v(s)] \quad (2.30)$$

的零点的集合确定。这里 $D(s)$ 表示 $H_u(s)$, $H_v(s)$ 的分母的最小公倍式, $(sI - A)$ 表示 $(sI - A)$ 的伴随矩阵^③, $\bar{H}_u(s)$, $\bar{H}_v(s)$ 分别表示 $H_u(s)$, $H_v(s)$ 分别乘以 $D(s)$ 后的结果, 而 $\det[sI - A]$ 表示 $(sI - A)$ 的行列式。

因此由 (2.30), 我们可以利用与单输入单输出时同样的方法得到多变量时滞系统的相似结果。

注 2: 在这里矩阵 $A^{-1}B$ 记成 $\frac{B}{A}$

注 3: n 阶方阵 A 的伴随矩阵定义为: 若 $A = (a_{ij})$ 则将 a_{ij} 换以其代数余子式取为 A 的伴随矩阵。 n 阶行列式 $|A|$ 的元素 a_{ij} 的子式 M_{ij} 附以符号 $(-1)^{i+j}$ 后, 叫做元素 a_{ij} 的代数余子式。

§3 一个简单的例子

考察

$$\dot{x}(t) + ax(t) = \alpha u(t) + \beta u(t - \lambda) \quad \lambda > 0 \quad (2.31)$$

对 (2.31) 施以 Laplace 变换得:

$$X(s) = \frac{\alpha + \beta e^{-\lambda s}}{s + a} U(s) \quad (2.32)$$

那么对如下反馈系统:

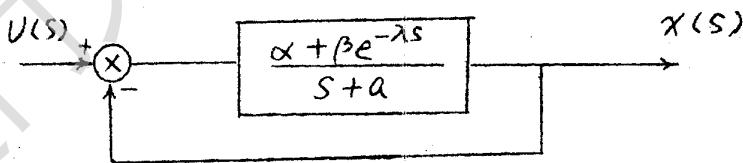


图 2-6

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士学位论文摘要库