

学校编码: 10384  
学号: 23320071152189

分类号\_\_\_\_密级\_\_\_\_  
UDC\_\_\_\_

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

码率自适应多边型 LDPC 码的编码  
设计与仿真

Encoding Design and Simulation of Rate-Compatible  
Multi-Edge Type LDPC Codes

游 莹

指导教师姓名: 王琳教授

专 业 名 称: 通信与信息系统专业

论文提交日期: 2010 年 4 月

论文答辩时间: 2010 年 5 月

学位授予日期:

答辩委员会主席: 张建中

评 阅 人: 周亮, 马啸

2010 年 4 月

## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为(            编码            )课题(组)的研究成果,获得(            编码            )课题(组)经费或实验室的资助,在(宽带无线通信系统)实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名): 游莹

2010年5月31日

## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，  
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：游莹

2010年5月31日

## 摘要

码率自适应编码技术是为了充分利用移动通信中的频谱资源而出现的,是有效进行无线传输的方法之一。采用码率自适应的编码技术,可以在不牺牲功率和比特错误率的前提下,更好的利用信道容量,并提高移动通信系统的频谱利用率。在无线通信系统中常常把码率自适应编码技术应用在混合自动重传 (Hybrid Automatic Repeat Request, 即 HARQ) 方案中来获得系统的高吞吐量。

本文介绍了一种新的码型,即多边形低密度奇偶校验码 (Multi-Edge Type Low Density Parity Check Codes, 简称多边形 LDPC 码或 MET-LDPC 码)。与传统的 LDPC 码相比, MET-LDPC 码作为一种更加一般化的 LDPC 码,在很多方面都有明显的优势,例如纠错性能,错误地板、编码实现复杂度和应用范围。这些优势在短码长时尤为明显。因此, MET-LDPC 码在众多信道纠错码中表现出极强的竞争力。

本文针对 MET-LDPC 码的结构优势,提出了简化的分组选择删余算法,设计码率在 0.5 到 0.8 范围内可自适应调节的码率自适应 MET-LDPC 码 (Rate-Compatible MET-LDPC 码, 简称 RC-MET-LDPC 码); 仿真发现, 该算法得到的 RC-MET-LDPC 码优于码率自适应规则 LDPC 码、码率自适应不规则 LDPC 码以及 E<sup>2</sup>RC 码 (Efficiently-Encodable Rate-Compatible LDPC codes)。在低码率范围, 提出新型的扩展算法, 即分级分层算法, 实现码率在 0.2 到 0.5 范围内可自适应调节的 RC-MET-LDPC 码; 通过仿真可知, 采用此算法设计的 RC-MET-LDPC 码的性能优于码率自适应不规则重复累积码和码率自适应结构型 LDPC 码。为了进一步验证性能, 本文还将上述两种算法所设计的 RC-MET-LDPC 嵌入 HARQ 系统中, 通过大量仿真数据发现, 所设计的 RC-MET-LDPC 能够给 HARQ 系统带来较大吞吐量。

因此, 本文设计的 RC-MET-LDPC 码可以做为下一代移动通信中一个极具竞争力的备选码型。

关键词: 码率自适应; 多边形 LDPC 码; 混合自动重传;

## Abstract

In order to make full use of spectrum resources for mobile communication, rate-compatible codes can be applied. Rate-compatible coding technology is an efficient wireless transmission method. It is often used to improve frequency efficiency of mobile communication system and make better use of channel capacity. In wireless communication systems, rate-compatible codes can be applied to the hybrid automatic repeat request (HARQ) scheme to achieve high throughput.

Multi-Edge Type LDPC (MET-LDPC) codes, generalizations of the concept of low density parity check (LDPC) codes, are introduced in this article. Compared with the conventional LDPC codes, MET-LDPC codes performs better in many aspects, such as performance, error floor, implementation complexity of coding and range of applications, especially for short block lengths. Therefore, MET-LDPC codes show strong competitiveness with many channel error-correcting codes.

Considering the structure advantages of MET-LDPC codes over conventional LDPC codes, the traditional puncturing algorithm based on grouping and sorting is improved and simplified. It can be applied to obtain rate-compatible MET-LDPC (RC-MET-LDPC) codes over a code rate range from rate  $(R) = 0.5$  to  $0.8$ , which outperform rate-compatible regular (irregular) LDPC codes and efficiently-encodable rate-compatible LDPC codes. In the low rate range, a novel extending algorithm based on grading and layering the variable nodes is proposed to design RC-MET-LDPC codes from  $R=0.2$  to  $0.5$ . Simulation results show that RC-MET-LDPC codes outperform rate-compatible irregular repeat accumulate codes and rate-compatible irregular structure LDPC codes. Finally, the RC-MET-LDPC codes designed by the two proposed algorithms are applied to the HARQ scheme. It is showed that the RC-MET-LDPC Coded HARQ system can achieve high throughput.

Obviously the proposed codes can be considered as candidates in next mobile communication system.

**Key Words:** Rate-compatible, MET-LDPC code, HARQ

# 目录

第一章 绪论 .....	1
1.1 纠错编码的发展 .....	1
1.2 码率自适应编码技术的应用 .....	2
1.3 论文的目的和意义 .....	4
1.4 论文的结构 .....	5
第二章 LDPC 码 .....	6
2.1 LDPC 码的表示方法 .....	6
2.2 LDPC 码的编码原理 .....	8
2.3 LDPC 码的译码原理 .....	10
第三章 MET-LDPC 码 .....	14
3.1 MET-LDPC 码的基本知识 .....	14
3.2 MET-LDPC 码的表示 .....	15
3.3 MET-LDPC 码举例 .....	18
第四章 码率自适应 MET-LDPC 码 .....	23
4.1 码率自适应编码技术原理 .....	23
4.2 作为母码的 MET-LDPC 码 .....	25
4.3 简化的分组选择删余算法 .....	33
4.4 分级分层扩展算法 .....	37
第五章 RC-MET-LDPC Coded HARQ 系统的性能仿真 .....	43
5.1 RC-MET-LDPC Coded HARQ 系统结构 .....	43
5.2 RC-MET-LDPC 码性能仿真分析 .....	47
5.3 RC-MET-LDPC Coded HARQ 系统的吞吐量的计算和分析 .....	55
5.4 小结 .....	56
第六章 结束语 .....	58
参考文献: .....	59
附录 攻读硕士学位期间从事的科研项目与科研成果 .....	62
致谢 .....	63

# CONTENTS

Chapter 1 Introduction.....	1
1.1 Development of Error-Correcting Codes.....	1
1.2 Rate-compatible Coding Technology.....	2
1.3 Purpose and Meaning of This Paper.....	4
1.4 Dissertation Outline.....	5
Chapter 2 LDPC Codes.....	6
2.1 Representation of LDPC Codes.....	6
2.2 Encoding Scheme of LDPC Codes.....	8
2.3 Decoding Algorithm of LDPC Codes.....	10
Chapter 3 MET-LDPC Codes.....	14
3.1 Basic knowledges of MET-LDPC Codes.....	14
3.2 Representation of MET-LDPC Codes.....	15
3.3 Examples of MET-LDPC Codes.....	18
Chapter 4 Rate-compatible MET-LDPC Codes.....	23
4.1 Principle of Rate-compatible Coding Technology.....	23
4.2 The Mother Code.....	25
4.3 Simplified Grouping and Sorting Puncturing Algorithm.....	33
4.4 Grading and Layering Extending Algorithm.....	37
Chapter 5 Simulation Results of RC-MET-LDPC Coded HARQ Systems .....	43
5.1 System Structure of RC-MET-LDPC Coded HARQ.....	43
5.2 Performances of RC-MET-LDPC Codes.....	47
5.3 Analysis of Throughput of RC-MET-LDPC Coded HARQ Systems.....	55
5.4 Brief Summary.....	56
Chapter 6 Conclusion.....	58
Bibliography.....	59
Researches and Publications for My Master Degree.....	62
Acknowledgements.....	63

## 第一章 绪论

### 1.1 纠错编码的发展

所有的数字通信系统，例如移动通信系统、卫星通信系统、雷达等，都可以归结为如图 1.1 所示的模型。

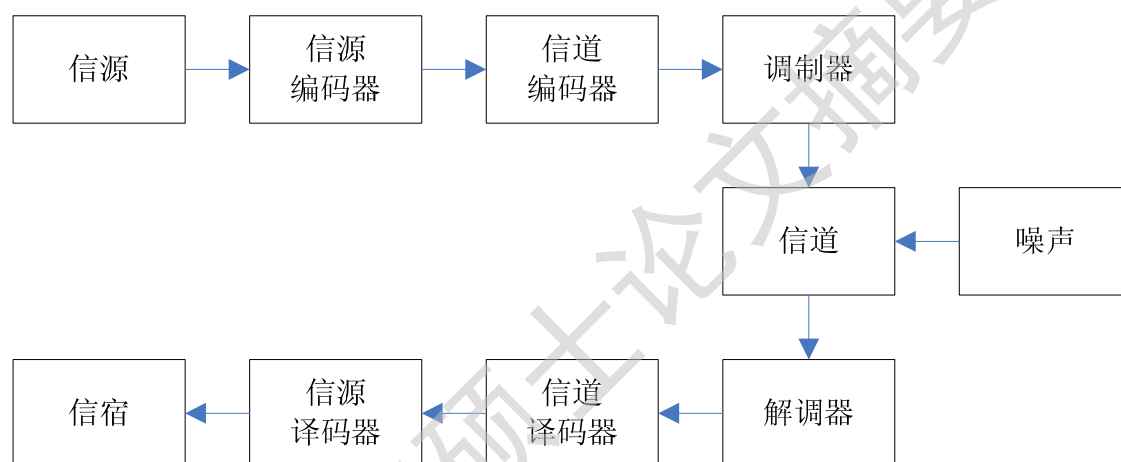


图 1.1 数字通信系统模型

图 1.1 中上方表示发送端，它的任务是将信源产生的信息转变成适合于信道传输的信息发送出去；而下方表示接收端，它的任务则是尽可能无差错的恢复发送端信源的信息。其中值得一提的是信道编码，也称为信道纠错编码，它的主要任务是给信息序列增加一些冗余，使信息序列具有检错或者纠错的能力，来实现系统的可靠性。

1948 年 Shannon 在论文《A mathematical theory of communication》[1]中提出了信道编码理论，即任一通信信道都有一个信道容量（用参数  $C$  表示），如果通信系统所要求的传输速率  $R$  小于  $C$ ，则存在一种编码方法，当码长  $N$  充分长并采用最大似然译码时，系统的错误概率可以达到任意小。从此，Shannon 开创了信道编码理论这一富有活力的研究领域。寻找 Shannon 提出的“好码”成为编码科学家们不懈追求的目标。

上世纪五十年代到六十年代，奠定了线性分组码的基础。这一时期，科学家



们主要研究各种有效的编译码方法，例如：汉明码、BCH 码等。到了六七十年代，科学家们的研究方向侧重于信道纠错编码在实际系统中的应用。七八十年代，由于大规模集成电路的迅速发展，为信道纠错码的大规模实现打下了坚实的基础。九十年代至今，信道纠错码理论日趋完善。

1993 年一种“好码”——Turbo 码的提出，使人们发现运用随机中长码和迭代译码去接近香农限的思想方法。随之涌现出众多靠近香农限的信道纠错编码类型，如低密度奇偶校验码、编织卷积码、Turbo 乘积码等。其中 1997 年人们重新发现的一种线性分组码——低密度奇偶校验码（Low-Density Parity-Check 码，简称 LDPC 码）[2][3]也是一种好码。LDPC 码在 1962 年被 Gallager 首次提出，但是由于当时计算机仿真水平有限，该码字的性能没有得到完全的体现。近十年来，LDPC 码以其性能靠近香农限、错误地板低、译码复杂度较低成为信道纠错编码领域的新热点。

2000 年借助密度进化方法优化设计与分析，在码长为  $10^7$  和误比特率（Bit Error Rate, 简称 BER）为  $10^{-6}$  条件下，发现不规则 LDPC（Irregular LDPC）码的 BER 性能离香农限仅差 0.045dB[4]，该工作极大地刺激了 LDPC 码朝着更加深入的方向发展。从而涌现出众多类 LDPC 码，如 RA 码[5]、IRA 码[6]、CT 码[7]、QC-LDPC 码[8]、MN 码[9]等诸多性能靠近香农限的编码结构。然而在纠错编码领域最值得关注的应属 2004 年由 Tom Richardson 提出的多边形 LDPC 码（Multi-Edge Type LDPC Codes，简称 MET-LDPC 码）[10]。MET-LDPC 码作为一种更加一般化的 LDPC 码，不仅从结构上包容上述类 LDPC 码，而且在各种传输长度和码率下都有很好的纠错性能，错误地板很低，可以借助解析工具分析其编码特性，同时兼有编码实现复杂度低的特点[10][11][12]。因此，在下一代移动通信中，MET-LDPC 码是极具竞争力的备选码型。

## 1.2 码率自适应编码技术的应用

无线信道具有时变性的特点，这种时变性增加了系统设计的难度。传统的无线通信系统中，往往采用单一的码率，因此系统必须按照最差信道条件进行设计，当信道条件较好时，这就造成了资源浪费。而无线通信频谱资源是十分有限和珍贵的，这就要求我们必须尽可能高效的利用频谱资源。通信系统为了充分的利用

无线通信频谱资源，并提供不同的服务质量以适应不同的传输环境，需要前向纠错编码的码率甚至码长能够自适应的根据信道环境做出相应调整。码率自适应编码技术正是在此背景下产生的。该技术可根据信道的变化情况，在不牺牲系统传输性能的情况下，自适应的调整无线通信系统中码率和编码方案，从而有效的提高频谱效率，获得较大的吞吐量。码率自适应编码技术作为一种较新的自适应技术，目前已被应用在多种无线通信系统中，其中包括第二代移动通信系统、第三代移动通信系统、IEEE802.11、IEEE802.16等等。在这些系统中均采用码率自适应编码技术来克服无线信道的时变性，以提高系统的吞吐量和频谱利用率。表1.1介绍了目前码率自适应编码技术在一些通信系统中的应用。

表 1.1 码率自适应编码技术在一些通信系统中的应用

系统或标准	码率自适应编码技术
GPRS	1/2, 2/3, 3/4 和 1 四种码率
HSDPA	1/3, 3/4, 1/2, 1/4 四种码率
cdma2000 1x EV-DO	1/5, 1/3 两种码率
cdma2000 1x EV-DO	1/2, 3/4 两种码率
IEEE802.16	1/2, 2/3, 3/4 和 5/6 四种码率

由于码率自适应编码技术的突出优点，实现也简单，在下一代移动通信中必将得到广泛的应用。相信这种码率自适应编码技术无论是在无线通信领域（如无线城域网、超宽带无线通信系统、第四代移动通信系统等），还是在有线通信领域（如光纤通信系统、电力线通信系统）都将有极为广泛的应用前景和巨大的经济价值。

同时，自适应技术被成功的用在了很多码型中来实现码率自适应，例如卷积码[13]，Turbo 码[14]，LDPC 码[15][16]，不规则重复累积码（简称 IRA 码）[17]，高效编码的码率自适应（简称  $E^2RC$ ）LDPC[18] 码，结构型 LDPC（即 structure-LDPC）码[19][20]等等。在目前的研究中，这些信道纠错码的码率自适应编码技术，大部分是通过码率匹配的删余[13][14][15][16]和扩展[21][22][23][24]方法实现。而 MET-LDPC 码作为下一代移动通信中一个极具竞争力的备选方案，目前世界上还缺乏对 MET-LDPC 码的自适应编码技术的研究。应该如何对

MET-LDPC 码进行码率自适应编码，还有待研究。

### 1.3 论文的目的和意义

现代社会通信业务已从单一的低速话音业务迈向各种高速、多媒体通信业务。随着通信服务多样性、传输速率多样性与高速性的日益增长，通信信道也变得越来越多样化和复杂化。为提高整个网络系统吞吐量和频谱利用率，物理层中采用具有优异纠错性能、较低的实现复杂度、较短系统时延和帧结构灵活的码率自适应调节的编码技术，成为数字通信系统物理层核心技术发展新趋势。

未来数字通信系统多媒体业务对误比特率性能指标的需求可能降至  $BER=10^{-6}$  以下。鉴于 MET-LDPC 码在纠错性能上具有无可比拟的优势，即在 BER 从  $10^{-6}$  至  $10^{-9}$  甚至更低误比特率下均无错误地板，编译码复杂度较低，所以 MET-LDPC 码极有可能成为未来实用信道编码的首选。而目前国际上针对 MET-LDPC 码的工作较少，仅限于编码设计及其性能分析，国内鲜有 MET-LDPC 码的相关研究和成果报道，所以本文研究项目应属当前国际通信业界探讨的前沿课题。同时帧结构灵活、码率自适应的信道编码已成为未来数字通信物理层技术选择的新趋势，这就是本文的研究目的。

本文的主要研究内容是以 MET-LDPC 码为研究对象，把码率自适应编码技术和信道纠错编码技术相结合，设计出码长灵活、译码效率高的码率自适应的 MET-LDPC 码(Rate-compatible MET-LDPC Code, 即 RC-MET-LDPC 码)。同时，把新设计的码型与传统的自适应编码相比较，通过仿真结果分析和验证本文设计的 RC-MET-LDPC 码的优势。在此基础上，把本文设计的 RC-MET-LDPC 码用在 HARQ 方案中，完成系统结构的搭建，并将采用 RC-MET-LDPC 码的系统与基于传统自适应编码的系统相比较，借助仿真数据，分析其优势。

综上所述，本文的主要创新点如下：

1. 以 MET-LDPC 码为对象，探讨高码率范围的码率自适应可调算法。根据 MET-LDPC 码的结构优势，简化了分组选择删余算法，设计码率在 0.5 到 0.8 范围内可自适应调节的 RC-MET-LDPC 码。所设计的 RC-MET-LDPC 码在 BER 性能上优于采用分组选择算法设计的其他自适应码型。

2. 以 MET-LDPC 码为研究对象, 研究低码率范围的码率自适应算法。根据多边的基本含义, 提出了新型的扩展算法, 即分级分组算法, 实现了码率从 0.2 到 0.5 范围内可调的 RC-MET-LDPC 码。与现有的两种典型自适应纠错码码率自适应的不规则累积码 (即 RC-IRA 码) 和码率自适应的结构型低密度奇偶校验码 (即 RC-Structure-LDPC 码) 相比, 尤其是在中短码长时, 证明本文设计的 RC-MET-LDPC 码有明显的性能优势。
3. 构建码率自适应数字通信系统, 把本文设计的 RC-MET-LDPC 码与 HARQ 方案相结合, 搭建码率自适应系统, 并与采用传统编码的码率自适应通信系统相比较, 通过仿真分析证明了本文搭建的系统在吞吐量上的优异性能。

## 1.4 论文的结构

本文共分六章, 具体内容安排如下:

1. 第一章对数字通信中的信道纠错码技术和码率自适应编码技术的研究现状作了简要的介绍, 在最后说明了本文研究的目的和意义, 并介绍了本文的论文结构。
2. 第二章阐述了 LDPC 码的一些基本知识和它的编译码原理, 特别对 BP 译码算法做了详细的介绍。
3. 第三章详细介绍了 MET-LDPC 码的基础知识和表示方法, 并在此基础上介绍了 0.5 码率的 MET-LDPC 码的编译码原理。
4. 第四章主要关注码率自适应编码方案, 针对码率从 0.5 到 0.8 和码率从 0.5 到 0.2 的两种情况, 提出了两种码率自适应编码方案, 并把所设计的码率自适应编码方案与传统码率自适应编码方案进行了比较。
5. 第五章研究了第四章提出的两种码率自适应编码方案在 HARQ 系统中的性能, 计算并分析采用本文设计的 RC-MET-LDPC 码的系统的吞吐量, 并与基于传统自适应编码的系统进行了比较。
6. 最后总结全文, 并给出作者在攻读硕士期间从事的科研工作和发表的论文及专利, 以及相关的参考文献。

## 第二章 LDPC 码

Gallager 在 1962 年的论文[2]中首次提出 LDPC 码的架构，但由于当时的计算机处理能力不足以及其相关理论不完善，这个优秀的码型几乎被人们遗忘。直到 1993 年，采用迭代译码的 Turbo 码展现出优异的纠错性能，使人们发现运用随机中长码和迭代译码去接近香农限的思想方法，这样 LDPC 码的优越性能才重新被世人关注。并在 1996 年，D.MacKay 从现代编码理论的角度出发，发现用迭代译码的 LDPC 码的性能逼近香农限[3]。此时，不规则 LDPC 码的性能距离香农限仅有 0.0045dB[4]。其他各项研究也表明 LDPC 码是目前发现的在 AWGN 信道下逼近香农限的分组码之一。

### 2.1 LDPC 码的表示方法

#### 2.1.1 LDPC 码的矩阵表示

LDPC 码，即低密度奇偶校验码，是一种线性分组码。LDPC 码是不同于其他线性分组码，不是由生成矩阵  $G$  来表示，而是用奇偶校验矩阵  $H$  来表示的。它的奇偶校验矩阵  $H$  具有非常稀疏的特点，即矩阵中绝大多数的元素均为 0，少数的元素为 1。 $H$  矩阵中的每一行表示一个校验方程，每一列则表示某一个变量点受到某些校验方程的约束。式(2.1)就是一个由  $7 \times 3$  的校验矩阵  $H$  定义的 LDPC 码。

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

如式中所示，这个  $H$  矩阵中有三个校验方程，即：

$$\begin{cases} x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus x_5 = 0 \\ x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_6 = 0 \\ x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_7 = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

其中  $\oplus$  表示模 2 和。变量点  $x_1$  收到第一个和第二个校验方程的约束，而变量点  $x_4$  收到第一个、第二个和第三个校验方程的约束。

### 2.1.2 LDPC 码的 Tanner 图表示

因子图，也称 Tanner 图、双边图，是 1981 年 Tanner 在论文[25]中首次提到。因子图是一种可以用来表示码字的图形。因子图中包含两类结点，一种表示变量结点，另外一种表示校验结点。两类结点之间通过边进行相连，同类结点之间不能有直接的边连接。

90 年代，科学家把因子图的方法用到了 LDPC 码上。对一个  $n \times m$  的  $H$  矩阵来说，图中应存有  $n$  个变量点，每个变量点对应矩阵中的一列。存在有  $m$  个校验方程，每个校验方程对应于矩阵中的每一行。如果变量点  $i$  和校验点  $j$  中间有边的连接，则  $H_{ji}=1$ 。因此可以把  $H$  矩阵与因子图相对应起来。图 2.1 的因子图就对应了式 (2.1) 中  $H$  矩阵所定义的 LDPC 码。

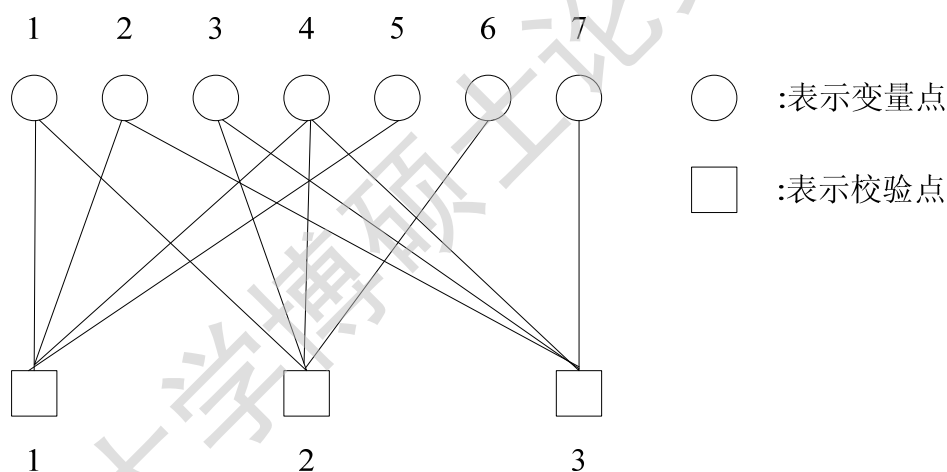


图 2.1 式 (2.1) 对应的因子图

从上面这个例子可以看出，因子图有很好的可视化效果，可以把较为复杂的函数关系转化成一个只与变量结点和校验结点相关联的图形表示。可以通过图形清晰的反应出  $H$  矩阵或者是函数式要表示的逻辑关系。

### 2.1.3 LDPC 码从边的角度来描述的度分布表示

LDPC 码可以用度分布的表示方法来表示[26]。它与因子图相关联。首先，将因子图中与变量点所关联的边的数量定义为变量点的度。同时将与校验点相关联的边的数量定义为校验点的度。

定义:

$$\lambda(x) = \sum_i \lambda_i x^{i-1} \quad \rho(x) = \sum_i \rho_i x^{i-1} \quad (2.3)$$

其中  $\lambda(x)$  表示与变量点相关联的边的度分布情况,  $\rho(x)$  表示与校验点相关联的边的度分布情况。其中  $\lambda_i$  表示从度为  $i$  的变量点所发出的边数占总边数的比例,  $\rho_i$  表示从度为  $i$  的校验点所发出的边数占总边数的比例, 很显然  $\lambda(1) = 1, \rho(1) = 1$ 。因为  $\lambda(x), \rho(x)$  中的系数表示边与边的比例, 所以我们可以认为  $\lambda(x), \rho(x)$  是从边的角度出发的度分布对。因此这个度分布的表示方法, 我们可以认为是 LDPC 码以边的角度来描述的度分布表示方法。

根据上面的分析, 现在来看一个例子, 使上面的表示更加的明朗。

例 2.3: LDPC 码的度分布表示。

考虑图 2.1 中的 Tanner 图。由图可以知道:

从边的角度出发的度分布表示方法为:

$$\lambda(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2 \quad \rho(x) = x^3 \quad (2.4)$$

## 2.2 LDPC 码的编码原理

这一节中要介绍两种 LDPC 码的编码方法, 即 LDPC 码的常规编码和 LDPC 码中具有系统形式的 H 矩阵的快速编码。

### 2.2.1 LDPC 码的常规编码

先介绍 LDPC 码的常规编码, 可以通过以下两个步骤完成。

步骤 1: 首先先构造好 LDPC 码的校验矩阵 H, 再由校验矩阵 H 和生成矩阵 G 的关系式, 即  $G \cdot H^T = 0$ , 得到相应的生成矩阵 G。

步骤 2: 假定信息源为 S, 则我们所需要的码字可以通过式子  $U = S \cdot G$  得到。

这种编码方式是以牺牲运算复杂度为代价的。当分组长度为 n 时, 这种编码的编码复杂度为  $o(n^2)$ 。例如: 在移动通信的语音通信中, 这种传播时延是无法忍受的。同时计算复杂度会使得存储器的数量增多, 从而提高通信设备的成本。

在简化运算复杂度的工作上，科研工作者也做出了很多努力，提出了很多简便算法，但是这些算法均对  $H$  矩阵有着一些特殊要求。因此，在实际应用中，应从全局的角度来考虑。

### 2.2.2 具有系统形式的 $H$ 矩阵的快速编码

接着介绍 LDPC 码中具有系统形式的  $H$  矩阵的快速编码，这是一种简化了运算复杂度的编码方式。这种编码方式虽然简化了运算复杂度，却是以牺牲 LDPC 码矩阵的稀疏特性为代价的。它要求校验矩阵  $H$  具有系统形式，而这种系统形式的  $H$  矩阵中要求有一个单位矩阵，即  $H = [A|B]$ ， $A$  表示单位矩阵，这样就使  $H$  矩阵中的  $B$  部分就必须承担余下的所有 1 元素，从而使得  $B$  部分显得十分的密集，因此不能达到 LDPC 码的  $H$  矩阵所要求的稀疏特性。具体的编码步骤如下：

由编码理论可知，如果  $H$  矩阵具有系统形式，则与它相对应的生成矩阵  $G$  也具有系统形式，得到的码字  $U$  也是具有系统形式是的码字。假设生成的码字  $U = [C|S]$  具有系统形式，其中  $S$  表示编码前信息源， $C$  表示编码后的校验位，且编码后信息为  $S$  位于校验位  $C$  的后面。构造大小为  $m \times n$  的校验矩阵  $H$ ，并把  $H$  转换成系统形式，即  $H = [A|B]$ ，其中  $A$  是一个  $m \times m$  的单位矩阵， $B$  是一个  $m \times (n-m)$  的矩阵。运用编码理论  $U \cdot H^T = 0$  及矩阵运算可得到下式：

$$U \cdot H^T = 0 \Rightarrow C \cdot A^T + S \cdot B^T = 0 \quad (2.5)$$

由上式可以得到： $C = S \cdot B^T \cdot (A^T)^{-1}$ ，因为  $A$  为单位矩阵，故又可简化为： $C = S \cdot B^T$ ，因此降低了计算量。

在实验中，常常是把随机生成的校验矩阵经过列变换后变成系统形式，再根据校验矩阵  $H$  与生成矩阵  $G$  的关系，求出生成矩阵  $G$  的前一部分（生成矩阵  $G$  的后一部分是一个  $(n-m) \times (n-m)$  的单位矩阵），从而得到校验位  $C$ 。



Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库