学校编码：10384　　　　　　　　　　　　　　　　分类号______密级______

学号：27720091152399　　　　　　　　　　　　　　　　　　　UDC______

硕　士　学　位　论　文

投资组合优化模型实证比较与分析

Empirical Comparison and Analysis of Portfolio Optimization Models

邓颖玲

指导教师姓名：陈灯塔 副教授

专　业　名　称：金　　融　　学

论文提交日期：2012 年　3　月

论文答辩时间：2012 年　5　月

学位授予日期：2012 年　　月

答辩委员会主席：______________

评　　阅　　人：______________

2012 年　　月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为(　　　　　　　　　　　　　　　　)课题(组)的研究成果，获得（　　　　　　　　　　）课题（组）经费或实验室的资助，在（　　　　　　　　　　）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（　　）1.经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于　　年　　月　　日解密，解密后适用上述授权。

（　　）2.不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

摘要

虽然 Markowitz 的均值—方差最优化投资组合优化模型如今仍具有重要的理论地位和实用价值，但也存在为大家所熟知的模型参数估计误差问题。因此，出现了关于如何构建最优的投资组合优化模型的大量研究，产生了许多有效的投资组合优化模型。本文在分析对比了已有的各种组合模型的基础上，给出了三组合加权平均的组合模型，并在中国证券市场上对各种组合模型进行了实证比较与分析。

本文与以往研究不同之处在于：首先，本文在求解样本外期望效用时不同于以往研究固定各证券权重不变，而是将最优权重设定为持股比例；其次，本文在两组合加权平均组合模型的实证过程中，采用的是真实最优的加权平均权重，而不是估计的权重，解决了加权平均权重的估计误差的问题；最后，本文在两组合加权平均组合策略的基础上，在实证中考察了包含等权投资组合在内的三组合加权平均后最优组合的表现。

本文的主要结论为：1、从样本外表现来看，三组合加权平均都未能优于两组合加权平均；2、两个非等权的复杂组合加权平均后的样本外期望效用反而比包含等权投资组合在内的两组合加权平均后都有所提高，特别是在小样本下。

综上所述，本文的结果在一定程度上肯定了两组合加权平均投资组合策略，同时给出了三组合加权平均组合未能优于两组合加权平均组合的结论，基于此本文认为继续研究将三个及三个以上组合进行加权平均的组合策略并没有太多的实际意义。

关键词：投资组合；估计误差；实证分析

Abstract

The modern portfolio theory is pioneered by Markowitz (1952) and the mean-variance model is still the major model used in practice today. However, since the true model parameters are unknown and have to be estimated from the data, resulting in the well-known estimation risk. To address this problem, many study provided sophisticated portfolio models. This paper compares and studies the models, also gives a portfolio strategy combining three models which including the naive 1/N model. After that, this paper applys all the above portfolio models to the real data sets from Chinese stock market. Empirical results are obtained by comparing the performance of the models both in sample and out of sample.

The main conclusions in the thesis are as follows. (1) By comparing out-of-sample performance, optimal combination of the naive 1/N model with other sophisticated strategies outperforms the portfolio strategy combining three models which including the naive 1/N model. (2) By comparing out-of-sample performance, optimal combination of two sophisticated strategies outperforms optimal combination of the naive 1/N model with other sophisticated strategies, especially when the sample size is small.

In a word, this paper to certain extent reaffirms the combining portfolio models but combining more than two models can not improve the performance.

Key Words: Portfolio Optimization Model; Estimation Risk; Empirical Analysis.

目 录

Contents

第一章 绪论

投资组合理论有狭义和广义之分。狭义的投资组合理论指的是 Markowitz 在 1952 年所提出的均值—方差最优化投资组合理论，这也是现代组合理论的开端，该理论开创了投资研究的新领域，使投资者能在一定风险水平上取得最大的期望收益，在一定收益水平上使风险达到最小。而广义的投资组合理论除了经典的投资组合理论以及该理论的各种替代投资组合理论以外，还包括由资本资产定价模型和证券市场有效理论构成的资本市场理论。本章给出了本文的研究背景及意义并回顾了 Markowitz 投资组合理论及其发展，最后简单介绍本文的主要内容和结构。

1.1 研究背景及意义

Markowitz 的投资组合理论告诉我们，投资组合选择问题的核心是对收益和风险的权衡。在证券市场中，投资者所关心的是如何使收益最大化，风险最小化的问题，而不是仅仅考虑收益、忽略风险的收益最大化问题。如果两个投资组合给投资者带来的收益一样，那么风险大的组合应该被摒弃，同理，两个具有一样风险的投资组合，收益较小的组合也不是投资者的最佳选择。投资者根据自己对风险的承受力来进行高收益与低风险之间的权衡。投资组合选择就是要使投资者的资金在证券市场上得到最优的配置，选择符合投资者收益、风险权衡的最优的投资组合。

虽然距离 Markowitz (1952)[1] 发表已经过去了半个多世纪，但 Markowitz 的均值—方差最优化投资组合优化模型仍然是现如今应用于资产配置和决策管理的主要的组合模型。这是由于投资组合管理在实际投资中起着重要的作用，它在保证收益的同时能够最大限度地降低风险，这在这个充满投资风险的市场中具有重大的意义。如何进行分散投资，如何进行组合管理，投资组合理论作为投资者进行资产分配和组合管理的行为指南，能够利用和控制风险，给出有效的投资策略。随着国内资本市场的迅速发展以及人们对风险控制的需求增大，投资组合理论将更广泛地应用于更多的领域。因此，不断改进和发展投资组合理论及该理论

下的投资组合优化模型的要求日益加大，也具有越来越现实的意义。

Markowitz 认为投资者的偏好只取决于未来财富分布的两个特征——均值和方差，而与分布的其它特征无关，在这种偏好下 Markowitz 使用从历史数据中得到的样本均值和方差来估计真实均值和方差，代入投资组合选择问题，得到了最优的均值—方差投资组合优化模型。但与此同时出现了典型的估计误差问题，即资产收益率的均值和方差的估计误差问题。在理论上，投资组合均假设投资者已知模型的参数真实值从而做出最优的选择。然而，参数的真实值几乎不能被投资者获得，即使可以，可能性也是微乎其微。因此，在现实中，需要对模型参数进行估计，这样一来，模型的好坏部分取决于其参数估计的好坏，也就是说，所有的模型都存在着估计误差。参数的估计误差，特别是资产收益率均值的估计误差，严重地降低了组合理论的实际应用价值。许多学者意识到了估计误差对最优组合选择的影响，改进和发展了 Markowitz 的均值—方差最优化投资组合优化模型，如之后的 Bayesian 决策优化模型、最优的两基金分离组合、Bayesian—Stein 压缩估计组合、三基金分离组合模型等组合模型，这些模型在理论上确实大大改进了均值—方差最优化投资组合优化模型，但在现实应用中的价值却遭质疑，原因之一是它们在实证中的表现不尽如人意，甚至败给了毫无理论依据的等权投资组合。作为回应，Tu and Zhou (2011)[2] 提出了将简单的等权投资组合与复杂组合相结合的组合策略，验证了其效果，又在一定程度上肯定了投资理论的实用价值。既然 Markowitz 的均值—方差最优化投资组合优化模型的意义和作用巨大，同时又存在着缺陷，这就给后来者留下了广阔的研究空间，如何减小估计误差，如何得到更趋于真实最优组合的组合模型，如何使投资组合理论更具有实用价值，是如今亟需研究探讨的问题。

综上所述，投资组合理论不仅仅是理论上极有前途的研究方向，更在这个资本市场日益扩张的背景下具有了重大的实际意义，得到各领域广泛的重视。我国在投资组合理论研究和应用方面，总体上还处于学习和模仿的阶段，因此，对这一领域全面而深入地研究，具有理论价值和实践意义。

1.2 文献综述

1.2.1 Markowitz 均值—方差最优化投资组合理论

我们来考虑这样一种情形，即投资者的偏好取决于未来财富分布的两个特征——均值和方差，而与分布的其它特征无关，这类偏好叫做均值—方差偏好。在这种偏好下，我们来讨论投资者的投资组合选择问题。

现在假设有 N 只风险证券，$\tilde{r}_i$ 为证券 i 的收益率，μ_i 为 $\tilde{r}_i$ 的期望值，$\tilde{r}=\left[\tilde{r}_1;\cdots;\tilde{r}_N\right]$ 为证券收益率向量，其均值为 $\mu=\mathrm{E}\left(\tilde{r}\right)=\left[\mu_1;\cdots;\mu_N\right]$，协方差矩阵为 $V=E\left\{\left[\tilde{r}-\mathrm{E}\left(\tilde{r}\right)\right]\left[\tilde{r}-\mathrm{E}\left(\tilde{r}\right)\right]'\right\}$。$z_i$ 为投资者投资于证券 i 的权重，$z=\left[z_1;\cdots;z_N\right]$ 为组合的权重向量。由于 z_i 为权重，所以有 $\sum z_i=1$。这里排除了 z_i 为负（即允许卖空）的情况，因此，对任意的 i，有 $z_i\geq 0$。组合的收益率为 $\tilde{r}_z=z'\tilde{r}=\sum z_i\tilde{r}_i$，那么选择投资组合的问题就变成了选择组合的收益率的问题。组合的收益率的期望为 $\bar{r}_z=z'\mu=\sum_{i=1}^{N}z_i\mu_i$，方差为 $\sigma_z^2=z'Vz$。另外定义 $r=\tilde{r}-r_F\iota=\left[r_1;\cdots;r_N\right]$ 为超额收益率，其中 ι 为 N 维单位向量。假设 r 服从均值为 $\bar{r}\left(1\times N\text{向量}\right)$，协方差矩阵为 $\sum\left(N\times N\text{矩阵}\right)$ 的多元正态分布。当给定组合的权重 $z\left(N\times 1\text{向量}\right)$，超额收益率则为 $r_p=z'r$，其均值和方差分别为 $\bar{r}_p=z'\bar{r}$ 和 $\sigma_p{}^2=z'\sum z$。

给定了预期的 $\left(\mu,V\right)$，根据投资者选择的不同组合 $z_1,\cdots,z_N$，可以得到很多不同的 $\left(\bar{r}_z,\sigma_z^2\right)$ 组合。均值—方差最优化投资组合阐述的是：投资者会选择一个能产生所示的有效 $\left(\bar{r}_z,\sigma_z^2\right)$ 组合的投资组合，也就是给定 $\bar{r}_z$，σ_z^2 最小，或者给定 σ_z^2，$\bar{r}_z$ 最大的那些组合。

我们将求得这类组合的问题表述如下：

$$\begin{aligned}\min_{z} \quad & \frac{1}{2} z' \sigma_z^2 z \\ s.t. \quad & z'\mu = \overline{r}_z \\ & z'\iota = 1\end{aligned}$$

上式给出的投资组合叫做均值—方差前沿组合，简称前沿组合。可以证明，对于每一个 $\overline{r}_z$，存在唯一的前沿组合。让 $\overline{r}_z$ 取不同的值，就可以得到前沿组合的完全集合，称作均值—方差前沿。在$\overline{r}-\sigma$平面上，由于均值—方差前沿的上半部分在均值—方差意义上占优于前沿的下半部分，即对于在前沿下半部分的每一个组合，在前沿的上半部分都有一个收益率标准差相同但是期望收益率更高的组合与之对应，因此位于前沿的上半部分的组合也叫做均值—方差有效组合。而均值—方差前沿的左侧的顶点代表最小方差投资组合，即所有均值—方差前沿组合中方差最小的组合。

均值—方差有效前沿具有实际应用上的价值。这是因为，通过数据分析技术和专家的经验，也许会有获得合理的预期(μ,V)的一些方法。我们可以利用这些预期来获得可行有效的$(\overline{r}_z,\sigma_z^2)$组合。有了这些合理可行的$(\overline{r}_z,\sigma_z^2)$组合，投资者可以选择其中想要的一个，之后可以求出产均值—方差前沿组合。但是，在应用有效前沿之前，至少有两个条件必须满足。一是投资者具有均值—方差偏好。二是能够得到合适的 μ 和 V 。

在前面我们假设所有的证券都是风险证券。现在来考虑除了 N 只风险证券外还存在一只无风险证券的情形。现在的均值—方差前沿组合由

$$\begin{aligned} z = \mathrm{Argmin} \quad & \frac{1}{2} z'Vz \\ s.t. \quad & z'\overline{r} = \overline{r}_p \end{aligned}$$

给出，其中 $\overline{r}_p = z'\overline{r}$ 为期望超额收益率。它有如下解：

$$z_P = \frac{\overline{r}_p}{\overline{r}'V^{-1}\overline{r}} V^{-1}\overline{r}$$

当 $\overline{r}_p$ 取不同的值时，代入就得到了存在无风险证券时的均值—方差前沿组合。对于 $\overline{r}_p = 0, z_p = 0$，这也就是无风险证券。对于 $\overline{r}_p = \left(\overline{r}'V^{-1}\overline{r}\right)\big/\left(\iota'V^{-1}\overline{r}\right)$，有 $\iota' z_P = 1$ 。

也就是说，这个均值—方差前沿组合只包含风险证券，这个组合叫做切点组合，记作 z_T ，在下文会说明其来历。那么， $z_T=\frac{1}{\iota' V^{-1}\overline{r}}V^{-1}\overline{r}$ 对于任意的均值—方差前沿组合 z_p ， $\iota' z_p=a_p\neq 1$ ，因而它在风险证券中的总权重不等于 1。由

$z_P=\frac{\overline{r}_p}{\overline{r}' V^{-1}\overline{r}}V^{-1}\overline{r}$ ，$z_P=\frac{\overline{r}_p}{\overline{r}' V^{-1}\overline{r}}V^{-1}\overline{r}$ ，$a_p=\overline{r}_p\left(\iota' V^{-1}\overline{r}\right)/\left(\overline{r}' V^{-1}\overline{r}\right)=\frac{\overline{r}_p}{\overline{r}_T}$。因此，$z_p=a_p z_T$，

也就是说，任意均值—方差前沿组合是无风险证券和切点组合的线性组合。

若风险证券组合位于由风险证券构成的均值—方差前沿——即双曲线的内部，则由它和无风险证券构成的组合不可能是一个前沿组合。因为显然，可以找到另一个风险证券组合，它与无风险证券构成的组合要更优——即有更高的预期收益率和更小的标准差。但如果找到的另一个风险证券仍在双曲线内部，则还可以同样推演下去，直至达到连接无风险证券和风险证券前沿的切点。这时，就不能找到其它风险组合，使得它和无风险证券的组合能够得到更高的预期收益率或更小的标准差。这个位于风险证券前沿上的组合，就叫做切点组合。由它和无风险证券所构成的各个组合——就是由无风险证券和 N 只风险证券构成的组合前沿。这也是之前分析得到的结论。当存在无风险证券时，前沿组合都在一条直线上，这条直线也称为资本市场线。对于任意一个由无风险证券和风险证券组合 z 构成的组合，若用其收益率的标准差来衡量风险，其收益率均值与无风险利率之差为它的风险溢价。则其单位风险所带来的风险溢价被称为它的 Sharpe 比值：

$$\text{Sharp比值}=\frac{\overline{r}_z-r_F}{\sigma_z}$$

首先注意到由无风险证券和风险组合构成的任意组合具有相同的 Sharpe 比值。显然，当增加在风险组合上的权重时，得到的风险溢价和风险（以标准差来测度）同时线性增加。而其比值是不变的，即 Sharpe 比值不变。其次，切点组合在所有的风险证券组合中的 Sharpe 比值最高。因此，在均值—方差偏好下且存在无风险证券时，投资者会选择 Sharpe 比值最高的组合，因为它们带来的单位风险溢价最高。而切点组合正是所有风险组合中 Sharpe 比值最高的组合。

现在来考虑风险证券和切点组合之间的关系。容易证明这样一个定理：存在无风险证券时，如果 z_p 是一个均值—方差有效组合，那么对于任意组合 z_q 有：