

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 200442048

UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

扩散过程的一种新检验方法及其在股市、
即期利率市场中的运用

**A new method to test diffusion process and its applications
in stock and spot rate market**

刘 会 清

指导教师姓名: 陈国进 教授

专业名称: 金 融 学

论文提交日期: 2007 年 4 月

论文答辩时间: 2007 年 5 月

学位授予日期: 2007 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2007 年 4 月

厦门大学学位论文原创性声明

兹提交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密（ ），在 年解密后适用本授权书。

2、不保密（ ）

（请在以上相应括号内打“√”）

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

内容摘要

在衍生产品的定价中，首先必须外生给定标的资产所遵循的随机过程，我们才能给衍生产品定价，如期权类衍生产品、利率衍生产品等。一旦错误地外生给定标底资产所遵循的随机过程，这叫做模型误设。在经济方面，模型误设可能导致定价、保值、风险管理方面大的错误；在统计方面，模型误设导致模型中参数以及其方差协方差矩阵的不一致估计，在做推断与假设检验就会导致错误的结论。在没有经济理论依据的情况下，标的资产所遵循的随机过程应该采取何种设定形式，必须要数据本身的特征，要从统计学的角度来思考该问题。

本文通过非参数核密度估计与非参数回归的方法构造一个新的检验统计量来检验数据是否由一般（任何参数结构的）扩散过程生成，这一方法不仅可以运用到股票市场如上证指数日数据与 Standard&Poor500 天内数据，还可以运用到即期利率市场如 7 天 Eurodollar 利率日数据与一年期中国银行之间的同业拆借利率日数据，并发现这些日数据都不适合用扩散过程来描述，说明极可能存在非连续性，刻画这些变量变化规律的随机模型中很可能存在跳跃部分。

关键词：扩散过程；N-W 估计量；无穷小矩

厦门大学博硕士学位论文摘要库

Abstract

Before we price the derivatives, we must know the processes that underlying assets follow, such as pricing the option and interest derivatives. If we give the incorrect processes that the underlying assets follow, we will obtain the incorrect prices and may encounter big loss in financial risk management practice, and lead to the inconsistent estimates of parameters and variance-covariance matrix. Then we will have incorrect test results in empirical work. We should according to the real data's features to choose processes the underlying assets follow without the economical theories. That is to say we need a statistical view to think about this problem.

In this paper I obtain a formal method which is based on the nonparametric density estimation and nonparametric regression to test whether the financial data come from the generalized diffusion process which has no parameters in the differential equation. Our method is used to test not only the stock market data, but also the spot rate market data conveniently. And I use this method to get the results that Shangzheng index log price daily data, S&P500 log price index intraday data, 7days Eurodollar rate daily data and the 1 year Chinese inter-bank interest rate daily data do not follow a diffusion process without a jump.

Key words : Diffusion process ; Nadaraya-Waston(N-W) estimator; infinitesimal moments.

厦门大学博硕士学位论文摘要库

目 录

1 导论.....	1
2 已有的扩散过程设定检验的方法：一个回顾.....	4
2.1 连续时间样本路径过程的漂移率与扩散函数的设定检验.....	5
2.2 样本路径是否是非连续性的检验.....	10
3 检验数据是否遵循扩散过程的新检验方法.....	15
3.1 函数 $g(x)$ 与 $m(x)$ 的非参数估计.....	16
3.2 检验统计量的构造.....	17
4 应用.....	21
4.1 应用于上证指数以及结论.....	21
4.2 应用于 Standard&Poor500 指数及其结论.....	27
4.3 应用于欧洲美元 7 天利率与中国银行之间 1 年期同业拆借利率 日数据及其结论.....	31
5 一个扩散过程的模拟和结论.....	40
6 结论和进一步研究的方向.....	46
附录.....	47
参考文献.....	50
后记.....	53

厦门大学博硕士学位论文摘要库

Content

1 Introduction.....	1
2 The review of the methods to test the diffusion process	4
2.1 Testing the drift and diffusion functions of the diffusion process.....	5
2.2 Testing the whether the sample path is continuous.....	10
3 The new method to test whether the data comes from diffusion process	15
3.1 Nonparametric estimation of function $g(x)$ and $m(x)$	16
3.2 The construction of the test statistic.....	17
4 Applications	21
4.1 Application in Shangzheng daily data and results	21
4.2 Application in Standard&Poor500 intraday data and results	27
4.3 Application in 7 days Eurodollar rate and 1 year Chinese interbank rate daily data and results	31
5 A Simulation of a generalized diffusion process and results	40
6 Conclusion of this paper	46
Appendix	47
Reference	50
Postscript.....	53

厦门大学博硕士学位论文摘要库

1 导论

在衍生产品的定价中，外生给定标的资产所遵循的随机过程后，再利用无套利或者鞅定价技术，我们一般可以给一些衍生产品定价，如期权类衍生产品等 (Black and Scholes,1973; Merton,1976) [6]。但是，一旦错误地外生给定标底资产所遵循的随机过程，那么就会产生定价错误，定价有很大的偏差，而对风险管理而言，就会有未预期到的风险头寸。所以，标底资产所遵循的随机过程是否正确关系到衍生资产的定价是否准确，风险管理者的操作是否恰当。

金融学文献中对于标的资产遵循的过程的设定有样本路径连续的与非连续的两大类。

第一类是连续样本路径的设定，这就是我们通常所说的扩散过程 (diffusion process) ①。假设变量遵循的过程可以用以下的偏微分方程来描述，

$$dX_t = \mu(X_t, t)dt + \sigma(X_t, t)dW_t, \quad (1)$$

Black and Scholes(1973)，期权定价中标的资产股票遵循几何布朗运动，即设定 $\mu(X_t, t) = \mu$ ， $\sigma(X_t, t) = \sigma$ ，漂移率函数 (drift function) 与扩散函数(diffusion function)都是常数， W_t 通常为标准布朗运动，该标的资产遵循的过程的样本路径是连续的[6]。此外，在利率衍生产品定价中，即期利率 r_t (Spot rate)遵循连续路径过程(一般被假设是时间齐次的)可以用下面的偏微分方程描述，

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dW_t.$$

如 Vasicek(1977)的设定，漂移率函数为 $\mu(r_t) = \beta(\alpha - r_t)$ 是均值回归的，是即期利率的线性函数，而扩散函数 $\sigma(r_t) = \sigma$ 是常数，其中 α 、 β 都为常数 [34]。

Cox-Ingersoll-Ross(1985b)，Brown-Dybvig(1986)，Gibbons-Ramaswamy(1993)设定漂移率函数仍为均值回归的， $\mu(r_t) = \beta(\alpha - r_t)$ ，扩散函数为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t^{1/2}$ ，都是即期利率的非线性函数 [15][9][21]。Courtadon(1982)设定漂移率函数为 $\mu(r_t) = \beta(\alpha - r_t)$ ，扩散函数为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t$ ，都是即期利率的线性函数 [13]。Chan et al.(1992)设定漂移率函数为 $\mu(r_t) = \beta(\alpha - r_t)$ ，扩散函数为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t^\lambda$ 为即期利率

① 扩散过程的定义参见附录 A。

的幂函数^[11]。Duffie-Kan(1993)设定漂移率函数 $\mu(r_t) = \beta(\alpha - r_t)$ ，扩散函数为 $\sigma(r_t) = \sqrt{\sigma + \gamma r_t}$ ，为即期利率平方根形式^[17]。Brennan-Schwartz(1979)设定漂移率函数为 $\mu(r_t) = \beta r_t(\alpha - \ln(r_t))$ ，扩散函数设定为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t$ ^[8]。Maesh-Rosenfeld(1983)设定漂移率函数为 $\mu(r_t) = \alpha r_t^{-(1-\delta)} + \beta r_t$ ，扩散函数设定为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t^{\delta/2}$ ^[27]。Constantinides(1992)设定漂移率函数为 $\mu(r_t) = \alpha + \beta r_t + \gamma r_t^2$ ，而扩散函数设定为 $\sigma(r_t) = \sigma + \gamma r_t$ ^[14]。Cox(1975)，Cox-Ingersoll-Ross(1980)设定漂移率函数为 0，扩散函数设定为 $\sigma(r_t) = \sigma r_t^{3/2}$ ^[15]。以上是金融学文献中设定即期利率遵循过程时漂移率函数与扩散函数的各种常用的参数形式，在没有理论前提下，并不能随意假定利率遵循某一参数形式的扩散过程。这时，我们需要一个方法来选择一个最好能刻画数据特性的模型。

第二类是非连续样本路径的随机过程的设定，一般都是在上述各种过程中加入跳跃部分，如加入 Poisson 跳跃等，如下文中 (1*) 方程所示，或者是加入列维过程(Levy process)。

然而，金融理论通常没有说明哪种形式的设定是正确的，研究者通常是为了获得各种证券价格（金融工具）的封闭解而使用方便的设定。这极可能导致模型误设。在经济方面，模型误设可能导致定价、保值、风险管理方面大的错误；在统计方面，模型误设导致模型中参数及其方差协方差矩阵的不一致估计，在做推断与假设检验时就会导致错误的结论。

所以，在没有经济理论依据的情况下，应该采取何种设定形式，必须要数据本身的特征，所以要从统计学的角度来思考该问题。文献中对连续样本路径的漂移率与扩散函数的设定检验，先驱性工作是由 Ait Sahalia (1996) 完成的（本文就简要写为 Ait Sahalia 检验(1996)）^[1]，Hong(2005)研究了另外一种检验方法（本文简要写为 Hong 检验 (2005)）^[22]，并进一步改进了 Ait Sahalia 检验(1996)。而对样本路径是否是非连续的检验，也就是检验是否存在跳跃，已有的方法是基于 bi-power variation 的检验 (Barndorff-Nielsen and Shephard, 2003) ^[29]与基于 swap variance 的检验 (George J.Jiang and Roel C.A. Oomen,2005) ^[20]，这两种检验都不要设定漂移率函数与扩散函数的某种参数形式，都从整体上来判断数据遵循的随机过程的样本路径是否连续（或者是否有跳跃发生），此外，这两种方法

有构造检验统计量的特殊性而不方便用到即期利率市场中来,而本文提出的新检验方法将不仅从整体上可以判断是否存在跳跃,而且可以大概知道跳跃发生的具体位置,也不需要漂移率与扩散函数做参数设定,同时可以方便地用到即期利率市场中来。

本文的以下部分结构安排如下:接下来的是第二部分,即文献中已有的各种检验方法的重要结论的一个简要回顾;第三部分是本文研究的新检验方法;第四部分是将该方法运用到上证指数日数据,Standad&Poor500 天内数据,7 天 Eurodollar 利率日数据,一年期中国银行之间的同业拆借利率日数据等,和相应的结论;第五部分是模拟以及相应结论;第六部分是本文的结论。

2 已有的扩散过程设定检验的方法：一个回顾

对特定的变量，比如即期利率、汇率、（对数）股票价格等，它们遵循的过程的样本路径是连续的还是非连续的，可以从历史数据中来判断。已有的文献对于连续时间模型的设定是否正确的规范检验问题可以总结为两类。

第一类检验是连续样本路径过程的前提下检验漂移率函数与扩散函数的某种参数形式的设定是否正确，如 Ait Sahalia (1996) 基于状态变量边际密度和非参数方法构造检验统计量^[1]，Hong(2005)基于状态变量的转换密度和非参数方法构造检验统计量^[22]，他们都是针对特定的参数结构的漂移率函数与扩散函数模型的检验。但是，可能任何参数形式的漂移率函数与扩散函数都不能用来刻画变量的动态变化规律。这时，就应该检验过程样本路径是否连续（即是否存在跳跃等）。假设状态变量为股票（或者股票指数）的对数价格，遵循偏微分方程(1)，也就是扩散过程，其中（1）中 W_t 通常为标准布朗运动，值得注意的是本文的新方法却并不受到该限制，本文的新方法可以在更加一般的限制下： $dW_t = \varepsilon \sqrt{dt}$ ， ε 是满足 $E(\varepsilon) = 0, E(\varepsilon^2) = 1, E|\varepsilon|^4 < \infty$ 的连续随机变量，（ ε 不一定服从是正态分布），并不影响本文后面的结论。不管漂移率函数 $\mu(X_t, t)$ 和扩散函数 $\sigma(X_t, t)$ 怎样设定，也不适合用来刻画某些状态变量的变化规律（本文都假设是时间齐次的）。这就是第二类检验，即是在（1）中是否存在跳跃问题，也就是对过程的样本路径是否连续这一大前提做检验，要检验数据生成过程的样本路径是否连续。我们将（1）改写为（1*）

$$dX_t = \left(\mu_t - \lambda_t \eta_t - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) dt + \sigma_t dW_t + J_t dq_t \quad (1^*)$$

$t \in [0, T]$ ，（1*）是在概率空间 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的一个一般的半鞅过程（semi-martingale process），信息集合 $(\mathcal{F}_t) = \{ \mathcal{F}_t : t \geq 0 \}$ （information filtration）。 μ_t 即时漂移率函数， σ_t 扩散函数， q_t 为 counting process（如 Poisson process 等），具有有限的即时强度（instantaneous intensity） λ_t ，跳跃大小 J_t 为非零的随机变量，且 $\eta_t \in E[\exp(J_t) - 1]$ 。去均值后的过程是一个局部的鞅过程（local martingale），而

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库