

学校编码:10384

分类号 _____ 密级 _____

学号:34320141152804

UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

球面分层介质中的电磁散射及反演研究

Electromagnetic Scattering and Inverse Scattering Problems
in Spherically Layered Media

陈永进

指导教师: 柳清伙教授

专业名称: 电子与通信工程

论文提交日期: 2017 年 4 月

论文答辩日期: 2017 年 5 月

学位授予日期: 2017 年 6 月

指导教师 _____

答辩委员会主席 _____

2017年4月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

摘 要

利用电磁场进行任意形状非均匀三维物体的反演重建工作已经有了几十年的历史。国内外有许多科研团队对此进行了深入研究，并取得了一定的成果，提出了许多线性非线性的反演方法。由于电磁散射逆问题所具有的非线性和病态性质，高效、稳定的解决电磁场的逆散射问题仍然是一个具有挑战性的问题。本文主要研究了球面分层介质中的电磁散射和逆散射问题。

球面分层介质中的并矢格林函数是利用电磁散射的位移不变性，采用球矢量波函数在球坐标系下构建。由于本文的电磁散射、逆散射问题主要在直角坐标系下求解。在获得了球坐标系下并矢格林函数张量之后，通过文中给出的张量转换矩阵，将其转换为直角坐标系下的并矢格林函数。本文采用矩量法结合 Krylov 子空间迭代的方法完成了球面分层介质中的积分方程求解。特别的，选择稳定的双共轭梯度法用于离散线性方程组的迭代求解，从而有效地避免了矩阵求逆，减少所需内存，增加了算法的稳定性。然后，将该算法计算出来的散射场与基于时域有限差分方法的商业仿真软件计算结果进行了对比，证明了我们提出的正演算法的有效性。

对于反演问题，本文采用了 Variational Born iterative method(VBIM) 重建散射体嵌入球面分层介质中的介电常数和电导率。通过了 Born 近似的方法进行了有效的解决了电磁反演过程中出现的非线性问题。反演过程中的正演迭代结果是由矩量法结合 Krylov 子空间迭代的方法提供的。反演区域的重建结果证明了文中提出方法在重建球面分层介质中散射体的有效性。

关键词：正演；反演；矩量法；球面分层介质；变分波恩迭代

厦门大学博硕士学位论文摘要库

Abstract

Three-dimensional (3-D) reconstruction of inhomogeneous objects of arbitrary shapes using electromagnetic (EM) waves has a history of several decades. There are several research groups working on this subjects. However, it is still a challenge to solve the EM inverse scattering problem in a stable and high-efficiency way due to its nonlinearity and ill-posedness. In this work, we focus on the EM forward scattering and inverse scattering problems in spherically multilayered media.

The dyadic Green's function for spherically multilayered media is constructed in terms of the spherical vector wave functions by using the scattering superposition in the spherically multilayered media and than transformed into the Cartesian coordinate system. The forward solution is provided by the method of moments(MOM) combined with Krylov subspace iterative method. In this work, we prefer biconjugate-gradient stabilized algorithm(BCGS)due to its fast convergence. Numerical results compared with FDTD solutions from a commercial software are presented to validate the accuracy and efficiency of our forward solver.

For the inverse problem, we employ the variational Born iterative method to reconstruct three-dimensional objects with both permittivity and conductivity buried in the spherically multilayered media. The nonlinear inverse problems are linearized by Born approximation and than solved iteratively by conjugate-gradient algorithm in each iteration. The forward solution is provided by MOM combined with Krylov subspace iteration method introduced above. Reconstructed results with high resolution are presented to validate the capability of our method in reconstructing three-dimensional multiple objects of arbitrary shapes buried in spherically multilayered media.

Key Words: Forward problem; inverse problem; method of moments(MoM); spherically layered media; variational Born iterative method(VBIM)

厦门大学博硕士学位论文摘要库

目 录

| | |
|----------------------------------|----|
| 第一章 绪论 | 1 |
| 1.1 研究背景和意义 | 1 |
| 1.1.1 研究动机和目标 | 2 |
| 1.2 本文的结构安排 | 2 |
| 1.3 本文的主要贡献 | 4 |
| 第二章 球面分层介质并矢格林函数的求解 | 5 |
| 2.1 引言 | 5 |
| 2.2 并矢格林函数 | 5 |
| 2.3 球面分层介质中的电场并矢解 | 7 |
| 2.3.1 球矢量波函数 | 8 |
| 2.3.2 无界电场并矢格林函数 | 8 |
| 2.3.3 散射电场并矢格林函数 | 9 |
| 2.4 数值算例及讨论 | 11 |
| 2.4.1 两层球面分层介质 | 12 |
| 2.4.2 三层球面分层介质 | 13 |
| 2.4.3 数值算例 | 15 |
| 2.5 本章小结 | 16 |
| 第三章 球面分层介质格林函数的修正 | 18 |
| 3.1 引言 | 18 |
| 3.2 问题描述 | 18 |
| 3.3 球面分层介质格林函数的修正 | 20 |
| 3.3.1 无界并矢格林函数的解析形式 | 20 |
| 3.3.2 坐标转换 | 21 |
| 3.4 数值算例及讨论 | 23 |

| | |
|-------------------------------|-----------|
| 3.5 本章小结 | 24 |
| 第四章 球面分层介质正演问题求解 | 25 |
| 4.1 引言 | 25 |
| 4.2 体积分方程 | 25 |
| 4.3 数值算例及讨论 | 27 |
| 4.4 本章小结 | 29 |
| 第五章 球面分层介质反演问题求解 | 31 |
| 5.1 引言 | 31 |
| 5.2 电磁反演方法 | 32 |
| 5.2.1 BIM | 33 |
| 5.2.2 DBIM | 34 |
| 5.2.3 VBIM | 34 |
| 5.3 数值算例及讨论 | 35 |
| 5.3.1 单目标物体重建 | 36 |
| 5.3.2 两个目标物体的重建 | 38 |
| 5.3.3 点源频率与重建结果研究 | 40 |
| 5.3.4 观测点数量与重建结果研究 | 41 |
| 5.4 本章小结 | 43 |
| 第六章 结论与展望 | 44 |
| 参考文献 | 48 |
| 攻读硕士研究生期间发表的学术论文 | 49 |
| 致谢 | 50 |

Contents

| | |
|--|-----------|
| Chapter 1 Introduction | 1 |
| 1.1 Research Background and Significances | 1 |
| 1.1.1 Motivation and Research Objectives | 2 |
| 1.2 Outline | 2 |
| 1.3 List of Contributions | 4 |
| Chapter 2 Fields in Spherically Layered Media | 5 |
| 2.1 Introduction | 5 |
| 2.2 Dyadic Green's Functions | 5 |
| 2.3 Dyadic Solution for Spherically Layered Media | 7 |
| 2.3.1 Vector Wave Functions | 8 |
| 2.3.2 Electric Dyadic Green's Functions in Unbounded Media | 8 |
| 2.3.3 Electric Scattering Dyadic Green's Functions | 9 |
| 2.4 Numerical Results | 11 |
| 2.4.1 Two Spherically Layered Media | 12 |
| 2.4.2 Three Spherically Layered Media | 13 |
| 2.4.3 Numerical Results | 15 |
| 2.5 Conclusion | 16 |
| Chapter 3 Revised Dyadic Green's Functions in Spherically Layered Media | 18 |
| 3.1 Introduction | 18 |
| 3.2 Description of The Problem | 18 |
| 3.3 Dyadic Green's Function in Unbounded Medium | 20 |
| 3.3.1 Dyadic Green's Functions in Unbounded Media | 20 |
| 3.3.2 Coordinate Transformer | 21 |
| 3.4 Numerical Results | 23 |

| | |
|--|----|
| 3.5 Conclusions | 24 |
| Chapter 4 Solution for Scattering Problems in Spherically Layered Media | 25 |
| 4.1 Introduction | 25 |
| 4.2 Volume Electric Field Integral Equation | 25 |
| 4.3 Numerical Results | 27 |
| 4.4 Conclusions | 29 |
| Chapter 5 Inverse Scattering Problems in Spherically Layered Media | 31 |
| 5.1 Introduction | 31 |
| 5.2 EM Inverse Scattering Methods | 32 |
| 5.2.1 Born Iterative Method | 33 |
| 5.2.2 Disturbed Born Iterative Method | 34 |
| 5.2.3 Variational Born Iterative Method | 34 |
| 5.3 Numerical Results | 35 |
| 5.3.1 A Cube Buried in the Middle Layer of a Three-Layered Medium .. | 36 |
| 5.3.2 Two Cubes Buried in the Middle Layer of a Three-Layered Medium | 38 |
| 5.3.3 Constructed Results with Different Frequency | 40 |
| 5.3.4 Constructed Results with Different Numbers of Observers | 41 |
| 5.4 Conclusions | 43 |
| Chapter 6 Conclusions and Future Work | 44 |
| References | 48 |
| Papers Published During Postgraduate | 49 |
| Acknowledgements | 50 |

第一章 绪论

1.1 研究背景和意义

电磁场在复杂空间中的传播求解在过去的几十年之内，是一个公认的经典计算难题。由于电磁场在地质勘探、大气科学、遥感技术等众多科学领域内具有重要的实际意义，受到了国际上越来越多科研团队的关注。尤其是近几十年以来，随着高性能计算机技术的快速发展，大规模计算的成本迅速下降，电磁散射的数值求解方法受到了越来越多国内外研究团队的重视。相对于理论求解复杂目标题的电磁场传播问题，数值方法理论推导相对简单，能够应对复杂的实际环境，因此得到了广泛的关注。

电磁场入射到目标物体上时，依据电磁理论，在目标物体表面或者体积空间内部会产生等效电流源与磁流源，而这些等效源又会在空间中产生电磁场，即一般意义上所说的散射场，目标物体又被称为散射体。在电磁散射问题中，已知空间中散射体分布，求解特定激励下空间电磁场分布的问题，我们称为正向问题，又称为正演。对于正演问题，我们既可以从时域上进行分析，例如时域有限差分法 (Finite Difference Time Domain, FDTD) 等方法；也可以从频域上利用并矢格林函数结合体积分方程，采用矩量法 (Method of Moments) 进行求解。

本文工作，主要结合矩量法求解球面分层背景下体积分方程，从而解决电磁散射、逆散射问题。由于体积分方程是连续的方程，为了适应数值求解，我们需要将连续方程离散化，然后利用数值方法求解该问题。本文采用了 Glerkin 方法进行了体积分方程的离散，然后利用数值方法进行求解。

数值方法求解麦克斯韦方程组，就是把连续的问题离散化，转换成便于计算机求解的问题，由此发展出了计算电磁学这门科学。从原理上讲，如果无限制的提高离散精度，数值解可以无限趋近与真实解，可以应用在任何一个问题求解上。但在实际应用当中，由于受到计算机存储容量以及计算时间的限制，离散精度不可能无限提升，不可避免地数值结果与精确解会存在一定的误差。总体上，目前已经可以通过数值方法获得较为精确的电磁场解。

电磁反演问题指在仅知道重建区域背景，入射波和目标散射场的情况下，进行重建区域电参数反演的过程。通过电磁反演我们可以得到重建目标区域的散射体信息，包括散射体的大小形状和电参数。对于地球物理勘探、考古、城市管道检测、大气科学、遥感技术等多方面具有重要的实际意义。国内外也有

很多不同的团队，对利用电磁法进行探测表现出了极大的兴趣，并且发展出了许多线性和非线性的反演算法。通常反演问题的方程是欠定的、非线性的，且未知量远远大于已知量，因此在求解解析解时十分困难。采用数值解，进行目标区域的电法重建反演在实际中很有应用价值。对于地球物理等大尺度范围内的电磁反演，已经不能简单地将地球等效为平面分层介质。因此，本课题的研究对于地球物理大尺度范围内的勘探具有重要的实际意义。

1.1.1 研究动机和目标

自然界中，几种最常见简单的背景介质为全空间均匀介质、平面分层介质、球面分层介质，其中半空间介质为平面分层介质中的特殊情况。对于自由空间及平面分层介质中的电磁散射、逆散射问题，国内外有很多研究团队对此进行了深入的研究。然而，球面分层介质中的电磁散射、逆散射问题却很少有团队进行过研究。本文主要进行了球面分层介质中，电磁散射、逆散射问题的研究。对于球面分层类似的开域问题，本文采用矩量法结合 Krylov 子空间迭代的方式，求解电磁散射问题的体积分方程，即完成正演部分。然后利用 Born 近似把反演问题中的非线性问题线性化，采用 Variational Born iterative method(VBIM) 完成了球面分层介质反演问题的求解。

本文完成了球面分层介质中的电磁散射、逆散射问题的研究，对于球面分层介质中重建区域的反演具有重要的实际意义。

1.2 本文的结构安排

本文主要研究球面分层介质中，电磁散射正演和反演问题。正演方面，主要利用矩量法结合 Krylov 子空间迭代求解 Maxwell 方程组的积分形式；反演方面，首先利用 Born 近似，将电磁反演问题线性化，然后通过 VBIM(Variational Born Iterative Method) 进行重建区域介电常数和电导率的联合反演。为了验证正演算法的正确性，我们将利用本文算法计算出来的球面分层介质嵌入散射体后空间中电场分布情况与商业仿真软件 Wavenology 的仿真结果进行对比。散射体内部和设置的外部观测点处的电场实部和虚部对比结果，证明了本文提出正演算法的有效性。为了验证本文所采用的反演算法，我们分别进行单物体和多物体的反演重建，同时兼顾了电对比度 χ_ϵ 为正或负的情况。重建结果很好的说明了文章中采用的方法能够很好还原反演区域散射体的介电常数和电导率，同时对于散射体的空间位置和形状都具有较高的还原度。

本文分为六个章节，其结构安排如下：

第一章为绪论，介绍了本文研究工作的背景和意义，介绍了电磁散射、逆散射问题在国内外的研究现状及应用前景。针对本文进行的工作，重点介绍了国内外研究团队在球面分层背景下的研究进展情况。然后，简单列举了本文工作的创新之处，实现了球面分层介质背景下，非均匀物体的电磁散射、逆散射问题。

第二章利用波矢量函数，结合并矢量格林函数的基本概念和球面分层介质背景边界所需满足的连续性条件，推导给出了球面分层介质中并矢格林函数的具体表达形式。球面分层介质中的并矢格林函数可以简单的分为直达波引起和由于球面分层介质引起的散射波两部分。在球坐标系下，可以利用波矢量函数结合散射平移不变性构造并矢格林函数。散射并矢格林函数系数满足边界连续性条件和 Maxwell 方程组，给出了矩阵形式的递推关系式。通过该关系式，可以得到任意球面分层介质的并矢格林函数。然后，计算给出了两层、三层球面分层情况下，并矢格林函数的散射系数表达式。利用体积分方程，将并矢格林函数转换为电场值后，与商业仿真软件仿真结果进行了比较，证明了本章所给出公式的正确性，同时也发现了当激励源和观测点位于同一球壳上场值虚部所存在的不收敛现象。

第三章针对第二章数值结果算例中出现的虚部不收敛现象进行了深入探讨研究，发现了根源是自由空间并矢格林函数矢量波展开表达形式在激励源与观测点位于同一球壳上时存在不收敛。给出了一般的解决方案，利用自由空间并矢格林函数的解析表达形式替代矢量波展开形式。由于本文进行的后续正演、反演的求解工作在直角坐标系下进行，因此，本文选择将球坐标系下构建的散射并矢格林函数转换到直角坐标系下。然后加上自由空间并矢格林函数的解析表达形式，就获得了完备的直角坐标系下球面分层介质的并矢格林函数。由于球坐标系下，与直角坐标系下不同，位置矢量 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 处的基向量在 \mathbf{r} 、 \mathbf{r}' 不在同一条射线上时是不同的，本章主要介绍了球坐标系下并矢格林函数转换到直角坐标系下并矢格林函数的转换关系，为后文的工作奠定基础。

第四章在前文获得球面分层介质并矢格林函数的基础上，进行了电磁散射问题的研究。首先介绍了电磁问题的体积分方程求解原理，然后利用矩量法结合 Krylov 子空间迭代的方法，减少了矩阵求逆带来的计算资源消耗，求解了球面分层介质中散射体嵌入任意层时的电磁散射问题。

第五章完成了球面分层介质中电磁逆散射问题。首先介绍了基于 Born 近似的三种电磁反演方法，然后比较三种不同方法的优劣给出了用于球面分层介质

中反演问题中的选择。为了验证本文提出的电磁反演方法，我们利用 Variational Born iterative method(VBIM) 进行了三层球面分层介质中的单目标物体和多目标物体的介电常数和电导率的同时反演重建工作。

第六章对硕士期间的工作进行了总结和展望，列举了硕士期间工作的主要贡献，并对研究课题进行了一定的分析，指出了需要进一步研究的地方。

1.3 本文的主要贡献

本文主要针对球面分层介质中的电磁散射、逆散射问题进行了深入研究。第二、第三章中总结实现了国内外研究团队在球面分层介质中并矢格林函数的相关研究成果，并利用积分方程将其转换成电场值，与基于时域有限差分 (FDTD) 算法的商业仿真软件 Wavenology 进行了对比，证明了球面分层介质中并矢格林函数的正确性。

在研究过程中，我们发现关于球面分层介质的研究基本只停留再并矢格林函数的构建上，几乎没有研究团队将其推广到球面分层介质中电磁散射问题上。本文我们参照平面分层介质中电磁散射问题的相关研究方法，将矩量法 (MOM) 结合 Krylov 子空间迭代算法成功应用到球面分层介质中，从而解决了球面分层介质嵌入任意形状非均匀散射体时的电磁散射问题。同时，通过三层分层介质中总场散射场与 Wavenology 仿真结果的对比，验证了本文所提出方案的有效性。第五章，在成功解决了球面分层介质散射问题的基础上，进行了重建区域电磁反演方面的研究。在总结前人利用 Born 近似几种迭代反演算法的基础上，分析各自优劣，选择了 Variational Born iterative method (VBIM) 算法做为球面分层介质中反演重建的方法。然后，通过三层球面分层介质中，单物体及多目标情况下介电常数和电导率的联合反演，证明了 VBIM 算法在球面分层介质中的有效性。本文结果，对于行星探测，大气层探测，海洋探测等相关球面分层模型下的勘探具有重要的实际意义。

第二章 球面分层介质并矢格林函数的求解

2.1 引言

并矢格林函数 (dyadic Green's functions)(DGF) 在电磁散射问题上具有很重要的意义。对于一种已知结构的介质, 如果我们能够获得该介质中的并矢格林函数, 那么, 在确定激励下, 电磁场在空间中的分布情况, 我们都可以通过 Maxwell 方程的积分形式获得。

目前, 世界上各个研究团队对于并矢格林函数的研究基本集中在均匀介质、平面分层介质中, 并取得了相对丰硕的成果^[1-5]。而对于球面分层介质格林函数的研究, 相对较少。空间中存在单个球型散射体的电介质情况下, 文献^{[6][7]}中已经提出了解析解, Mie 级数, 将球体的散射问题分解成 Mie 级数的累加。近年来, 各个研究团队逐步构建了更复杂的情况, 例如两层球面分层介质, 激励源位于最外层的情况^[8]; 有损耗的四层球面分层介质中, 激励源位于最内层的解^[9]; 四层球面分层介质, 激励源位于最外层的解^[10]。李乐伟教授在综合前人研究工作的基础上, 在文献^{[11][12]}中总结提出了多层球面分层介质中并矢格林函数的一般递推关系式。文献^[11]中提出的球面分层介质中并矢格林函数的递推表达式成为本文研究工作的重要基础。本章主要从 Maxwell 方程组出发, 介绍了球面分层中, 并矢格林函数的递推关系式。通过对比利用并矢格林函数计算所得理想点电荷源激励情况下空间电场分布与利用商业软件 Wavenology 仿真所得电场分布情况, 切实证明该表达式的正确性, 同时也发现其中存在的不收敛现象。针对算例中出现的不收敛现象, 将在下一章节中进行深入研究讨论。

2.2 并矢格林函数

并矢格林函数在求解电磁场边界问题时扮演了重要的角色, 可以说并矢格林函数的求解是积分方程求解电磁场问题的核心部分。对于简单的均匀介质、半空间甚至多层平面分层介质中, 并矢格林函数的求解已经被研究的相对较多。然而, 作为自然界中最简单的分层介质之一的球面分层背景下, 并矢格林函数的研究则进行的相对较少。

从 Maxwell 方程组出发, 我们可以很容易的得到空间中电磁场满足的以下

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库