第 41 卷 第 2 期
2002 年 3 月
厦门大学学报(自然科学版)
Journal of Xiamen University (Natural Science)
Vol. 41 No. 2
Mar. 2002
文章编号: 0438-0479(2002)02-0148-04

C^n 中一个柯西积分的一致估计及奇点分解定理

黄 玉 笙
(厦门大学数学系, 福建 厦门 361005)

摘要: 获得一个 C^n 中逐块光滑边界的有界域上 Bochner-Martinelli 积分的一致估计式及其奇点分解定理的应用.

关键词: Bochner-Martinelli 积分; 一致估计; 奇点分解
中图分类号: O 174.56　　　　文献标识码: A

C^n 空间中有下面重要的 Bochner-Martinelli 积分表示[1]:

命题 设 D 是复 n 维空间 C^n 中具有 $C^{(1)}$ 类函数定义的逐块光滑边界的有界域, $f(z)$ 是区域 D 上全纯, 闭包 $\bar{D}$ 上连续函数(记 $f(z) \in A_c(D)$), 那么有

$$f(z) = \int_{\partial D} f(\xi) K(\xi, z) \qquad z \in D$$

其中
$$K(\xi, z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \sum_{j=1}^{n} (-1)^{j-1} \frac{(\bar{\xi}_j - \bar{z}_j)}{|\xi - z|^{2n}} d\bar{\xi}_{[j]} \wedge d\xi$$

是 Bochner-Martinelli 核, $d\bar{\xi}_{[j]} = d\bar{\xi}_1 \wedge \cdots \wedge [d\bar{\xi}_j] \wedge \cdots \wedge d\bar{\xi}_n$.

对 Bochner-Martinelli 积分已有许多重要的应用[2-5].

本文利用分域估计法获得有界域的闭逐块 $C^{(1)}$ 光滑边界上 B-M 积分的一致估计式, 并在文[2,3]的基础上把俄罗斯著名数学家 Henkin 在强拟凸域上积分表示的一些应用结果推广到更一般的有界域上的 B-M 积分上.

1 核的积分估计

定义 1[6] C^n 中有界域 D 被称为具有逐块 $C^{(1)}$ 类函数定义的有界域, 如果存在 D 的一个标架 $\{U_i, g_i\}_{i=1}^N$, 即存在边界 ∂D 的一个开领域 U 的一个有限开复盖 $\{U_i\}_{i=1}^N$ 和 $C^{(1)}$ 类函数.

g_i: $U_i \to R$, $1 \leq i \leq N$. R 为实数空间, 使得,

a) $D \cap U = \{z \in U \mid$ 对 $1 \leq i \leq N$, 或 $z \notin U_i$, 或 $g_i(z) < 0\}$

b) 对 $1 \leq i_1 < \cdots\cdots < i_l \leq N$, 1-形式 dg_{i_1}, $\cdots\cdots$, dg_{i_l} 于 $\bigcap_{v=1}^{l} U_{i_v}$ 的每一点处是 R 上线性无关的, 令 $\Omega_i = \{z \in \partial D \cap U_i \mid g_i(z) = 0\}$, 当给出域 D 的通常定向时, 则

$$\partial D = \sum_{i=1}^{N} \Omega_i \tag{1}$$

由文[7] 引理 2.1 给出

引理 1.1 设 $\xi, \zeta \in \partial D$, $\mu, \nu \geq 0$, $\mu + \nu - 1 < m < 2n - 1 + \mu$, 令

$$Q(z, \xi) = \int_{\partial D} \frac{d s_\xi}{|\zeta - \xi|^{m-\mu} |\zeta - z|^{2n-\nu}} \tag{2}$$

则当 z 沿 n_ξ (∂D 上于点 ξ 处的法线) 趋向 ξ 时, 存在与 ξ 无关的正数 γ 和 γ_0, 只要 $|\xi - z| \leq \gamma_0$, 便有

$$Q(z, \xi) \leq \gamma |\xi - z|^{\mu + \nu - m - 1} \tag{3}$$

由 Painleve 定理[8] 知当 $z \in D$, 沿任何方向趋于 $\xi \in \partial D$ 时, 只要 $|\xi - z| \leq \gamma_0$, 估计式(3)仍然成立, 所以引理 1.1 对边界为由 $C^{(1)}$ 类函数定义的逐块光滑可定向流形时仍然成立.

引理 1.2 对任意的 $z \in D$, 存在与点 z 无关的正数 γ_0, γ_1, 只要 $0 < \delta \leq \gamma_0$, 则

$$\int_{\partial D \setminus S_{z,\delta}} \frac{ds}{|\zeta - z|^{2n-1}} \leq \gamma_1 \tag{4}$$

收稿日期: 2001-05-29
作者简介: 黄玉笙(1955—), 男, 副教授, 莆田高等专科学校进修教师.

其中 $S_{z,\delta}=\{\zeta \mid |\zeta-z|<\delta\}$.

证　对任意的 $\delta>0$, 令 $(\partial D)_{\delta/2}=\bigcup_{\zeta\in\partial D}S_{\zeta,\delta/2}$

i) 首先证明当 $z\in D\cap(\partial D)_{\delta/2}$ 时, 存在与 δ 和 z 无关的正常 γ_0 和 γ', 只要 $0<\delta\leq\gamma_0$, 则

$$I=\int_{\partial D\setminus S_{z,\delta}}\frac{\mathrm{d}s}{|\zeta-z|^{2n-1}}\leq\gamma' \tag{5}$$

事实上, 对足够的小的 δ, 选取 $\xi\in\partial D$, 使得点 z 位于 n_ξ 上, 于是对任意小的正数 ε, 有

$$I\leq\int_{\partial D\setminus S_{z,\delta}}\frac{d^{\varepsilon}(D)\mathrm{d}s}{|\zeta-\xi|^{\varepsilon}|\zeta-z|^{2n-1}} \tag{6}$$

其中 $d(D)$ 是域 D 的直径, 由引理 1.1, 只要取 $m=1+\varepsilon$, $\mu=1$, $\nu=1$, 则当 $z\in D$ 沿 n_ξ 趋向于 ξ 时, 存在与 δ 和 ξ 无关的正数 γ_0 和 γ', 只要 $0<\delta\leq\gamma_0$, 则

$$\int_{\partial D\setminus S_{z,\delta}}\frac{\mathrm{d}s}{|\zeta-\xi|^{m-\mu}|\zeta-z|^{2n-\nu}}\leq$$

$$\frac{\gamma'}{|\xi-z|^{m+1-\mu-\nu}}=\frac{\gamma'}{|\xi-z|^{\varepsilon}} \tag{7}$$

但对每一固定的点 $z\in D\cap(\partial D)_{\delta/2}$ 和取定的 $\xi\in\partial D$, $|\xi-z|>0$, 由 ε 的任意性, 当 $\varepsilon\to0$ 时, $|\xi-z|^{\varepsilon}\to1$, 于是由式(6) 和(7) 立得式(5).

ii) 对上述 γ_0, 令 $Q(z)=\int_{\partial D}\frac{\mathrm{d}s}{|\zeta-z|^{2n-1}}$, 显然 $Q(z)$ 是紧致集 $D\setminus(\partial D)_{\gamma_0/2}$ 上点 z 的连续函数, 故存在与点 z 和 δ 无关的常数 γ'', 使 $I\leq\gamma''$.

iii) 最后, 当 $z\in\partial D$ 时, 则取 $\xi\in D\cap(\partial D)_{\delta/2}$, 使 ξ 位于 n_z 上(若 z 为边界上角点, 则取位于 D 内任一到达点 z 的直线 l_z, 使 ξ 位于 l_z 上, 且 $|\xi-z|\leq\delta/2$) 由引理 1.1 和应用 Painleve 定理, 对任意小的正数 ε, 在引理 1.1 中取 $m=2n$, $\mu=1+\varepsilon/2$, $\nu=2n-\varepsilon$, 于是当 $\xi\in D$ 沿 n_z(或 n_l) 趋向 z 时, 存在与点 z 和 δ 无关的常数 γ_0, γ''', 只要 $0<\delta\leq\gamma_0$, 则类似可证 $I\leq\gamma'''$.

综上, 对任意的 $z\in D$, 存在与点 z 和 δ 无关的常数 γ_0 和 γ_1, 只要取 $\gamma_1=\max\{\gamma',\gamma'',\gamma'''\}$, 对任意的 $\delta(0<\delta\leq\gamma_0)$, 总有 $I\leq\gamma_1$. 引理证毕.

定理1.1　对任意的 $z\in D$, 存在与点 z 和 δ 无关的常数 γ_0 和 $\gamma_2\geq1$, 只要 $0<\delta\leq\gamma_0$, 那么

$$\int_{\partial D\setminus S_{z,\delta}}|K(\zeta,z)|\leq\gamma_2 \tag{8}$$

证　对任意的 $z\in D$, 应用 shwarz 不等式和引理 1.2 立得式(8).

2　奇点分解定理

引理2.1　对任意的 $z\in D$ 和任意的 $\delta(0<\delta\leq\gamma_0)$, 有

$$\int_{\partial D\cap S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|K(\zeta,z)|\leq\gamma_3\delta^{\alpha}\quad 0<\alpha\leq1 \tag{9}$$

其中 γ_0 和 γ_3 是与 δ 和 z 无关的常数.

证　对任意的 $\delta>0$, 令 $(\partial D)_{\delta}=\bigcup_{\zeta\in\partial D}S_{\zeta,\delta}$

i) 首先证明, 当 $z\in D\cap(\partial D)_{\delta}$ 时, 存在正常数 γ'_0 和 γ', 只要 $0<\delta\leq\gamma'_0$, 则

$$\int_{\partial D\cap S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|K(\zeta,z)|\leq\gamma'\delta^{\alpha} \tag{10}$$

由式(9), 令 $\lambda=\partial D\cap S_{z,\delta}=\sum_{i=1}^{N}\Omega_i\cap S_{z,\delta}=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i$, 对每一个 i, $1\leq i\leq N$, 我们总可以取一 $\zeta_i\in\lambda_i$, 使 $\lambda'_i=\Omega_i\cap S_{\zeta_i,\delta}\supset\lambda_i$ 且 $z\in S_{\zeta_i,\delta}$, 故有

$$\int_{\lambda_i}|\zeta-z|^{\alpha}|K(\zeta,z)|\leq\int_{\lambda'_i}|\zeta-z|^{\alpha}|K(\zeta,z)|\triangleq I_i \tag{11}$$

现固定 i, 为简单计, 不妨假设 $\zeta_i=(0,\cdots\cdots,0)$, 否则总可以找到一保持 $K(\zeta,z)$ 不变的线性酉变换[6], 把 ζ_i 变为坐标原点 O, 把点 z 变为 z^*, 使 $|z-\zeta_i|=|z^*|$. 且假设 Ω_i 在 O 点附近的方程式:

$$g_i(u_1,\cdots\cdots,u_{2n})=0$$

由于 $\Omega_i\in C^{(1)}$ 类光滑, 于是可设

$$\left(\frac{\partial g_i}{\partial u_1}\right)_{u=0}\neq0,\ \left(\frac{\partial g_i}{\partial u_2}\right)_{u=0}=\cdots\cdots\left(\frac{\partial g_i}{\partial u_{2n}}\right)_{u=0}=0$$

Ω_i 在 O 的超切平面为: $u_1=0$, 点 z 在 n_0 上且 $z=(-\delta,0,\cdots\cdots,0)$, $\delta>0$, 因此, 可以把 Ω_i 在原点附近的方程表为:

$$u_1-\varphi(u_2,\cdots\cdots,u_{2n})=0$$

注意到 $\varphi\in C^{(1)}$ 类, 且

$$\varphi(0,0,\cdots\cdots,0)=0,$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_2}\right)_{u=0}=\cdots\cdots,\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_{2n}}\right)_{u=0}=0 \tag{12}$$

又 D 在原点附近的点在

$$u_1-\varphi(u_2,\cdots\cdots,u_{2n})<0$$

的一边, 现取 $\gamma^{(i)}$ 充分小, 当 $u_1^2+\cdots\cdots+u_{2n}^2\leq\gamma^{2(i)}$ 时, 使

$$\left[1+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_2}\right)^2+\cdots\cdots\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_{2n}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}<2$$

于是当 $0<\delta\le\gamma^{(i)}$ 时,利用球坐标变换[6],可得

$$I_i=\frac{(n-1)!}{2\pi^n}\int_{u_1^2+u_2^2+\cdots+u_{2n}^2\le\delta^2}\frac{\mathrm{d}s}{|\zeta-z|^{2n-1-\alpha}}\le$$

$$\frac{(n-1)!}{\pi^n}\int_0^{\pi}\cdots\cdots\int_0^{\pi}\int_0^{2n}\int_{\psi+\rho^2\le\delta^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_1\cdots\cdots\mathrm{d}\theta_{2n-2}\mathrm{d}\rho}{[(\psi+\delta)^2+\rho^2]^{\frac{1-\alpha}{2}}}$$

其中 $\psi(\zeta,\theta)=\psi(\rho\cos\theta_1,\cdots\cdots,\rho\sin\theta_1\cdots\cdots\sin\theta_{2n-2})$.

作变换 $V=\sqrt{\psi^2+\rho^2}$,由于当 $\rho=0$ 时,$\psi(\rho,\theta)=0$,$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}=0$,故 $\psi(\rho,\theta)$ 可表为:

$\psi(\rho,\theta)=\rho^2\Phi(\rho,\theta)$,

其中 $\Phi(\rho,\theta)=0$ 是 ρ,θ 的连续函数,

故 $\frac{\partial\nu}{\partial\rho}=\left(\frac{\rho+\psi\frac{\partial\psi}{\partial\rho}}{\sqrt{\rho^2+\psi^2}}\right)_{\rho=0}=\left(\frac{1+\rho\Phi\frac{\partial\psi}{\partial\rho}}{\sqrt{1+\rho^2\Phi^2}}\right)_{\rho=0}=1$,所以上面的变换在原点的附近是有意义的,且有逆变换 $\rho=\nu+\psi(\nu,\theta)$ 且 $\psi(0,\theta)=0$,$\left(\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)_{\nu=0}=0$,故当 δ 充分小时,$\left|\frac{\partial\rho}{\partial\nu}\right|=\left|1+\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right|\le M_1^{(i)}$,$M_1^{(i)}$ 为正常数,又由于 $\psi(\rho,\theta)$ 为连续函数,故有 $((\psi+\delta)^2+\rho^2)^{(\alpha-1)/2}\le M_2^{(i)}\nu^{\alpha-1}$,$M_2^{(i)}$ 为正常数,因此

$$I_i\le\frac{(n-1)!}{\pi^n}M_1^{(i)}M_2^{(i)}2\pi^{2n-2}\int_0^{\delta}\nu^{\alpha-1}\mathrm{d}\nu=$$

$$2(n-1)!\pi^{n-2}M_1^{(i)}M_2^{(i)}\delta^{\alpha}\tag{13}$$

再应用有限复盖定理到 Ω_i,即知式(13)的估计对 Ω_i 是一致的,注意到式(11)式,取 $\gamma'_0=\min\{\gamma^{(i)}\}$,$\gamma'=2(n-1)!\pi^{n-2}\max\{M_1^{(i)},M_2^{(i)}\}$,即得当 $z\in D\cap(\partial D)_\delta$ 时,只要 $0<\delta\le\gamma'_0$,则

$$\int_{\partial D\cap S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|K(\zeta,z)|\le\gamma'\delta^{\alpha},$$ γ'_0,γ' 为与点 z 和 δ 无关的常数. (14)

ii) 对任意的 $\delta>0$,当 $z\in D\cap(\partial D)_\delta$ 时,类似地有

$$\int_{\partial D\cap S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|k(\zeta,z)|\le\int_{S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|k(\zeta,z)|\le\delta^{\alpha}\tag{15}$$

iii) 当 $z\in\partial D$ 时,只要把文[6]中公式(2.33)的证明再运用有限复盖定理即得,对任意的 $\delta(0<\delta\le\gamma''_0)$ 有不等式

$$\int_{\partial D\cap S_{z,\delta}}|\zeta-z|^{\alpha}|k(\zeta,z)|\le\gamma''\delta^{\alpha},$$ γ''_0,γ'' 不依赖 z 和 δ (16)

今取 $\gamma_0=\min\{\gamma'_0,\gamma''_0\}$,$\gamma_3=\max\{1,\gamma'_0,\gamma''_0\}$ 由(14)(16)即得不等式(9). 引理得证.

设 $f(z)\in A_c(D)$,$g(\zeta)\in H(\alpha,\partial D)$,$0<\alpha\le1$,$H(\alpha,\partial D)$ 表示定义在 ∂D 上满足 Hölder 指数为 α 的连续函数空间. 定义积分

$$f_g(z)=\int_{\partial D}f(\zeta)g(\zeta)K(\zeta,z),\quad z\in D\tag{17}$$

易知 $f_g(z)$ 在 $z\in D$ 是复调和的,且当 $g(\zeta)$ 在 $z\in\partial D$ 的某一领域上满足 $g(\zeta)\equiv0$ 时,$f_g(z)$ 在点 $z\in\partial D$ 的领域上也满足复调和性质.

定理 2.1 设 $f(z)\in A_c(D)$,$g(\zeta)\in H(\alpha,\partial D)$,$0<\alpha\le1$,则函数 $f_g(z)=\int_{\partial D}f(\zeta)g(\zeta)K(\zeta,z)$

i) 对所有的 $z\in D$ 有意义,且可开拓为 $\bar{D}$ 上的连续函数.

ii) $f_g(z)$ 在 $g\in H(\alpha,\bar{D})$ 时有估计式 $\|f_f\|\le M\gamma_4\|f\|$ (18)

其中 $\|f\|=\sup_{z\in\bar{D}}|f(z)|$,$M=\max_{\zeta\in\partial D}|g(\zeta)|$,常数 γ_4 不依赖于函数 f 和 g.

证 首先证明 i),$f_g(z)$ 可开拓为 $\bar{D}$ 上的连续函数,固定 $z\in\partial D$,记

$$f_g(z)=f(z)g(z)+\int_{\partial D}f(\zeta)(g(\zeta)-g(z))K(\zeta,z)\tag{19}$$

由引理 2.1 知式(19)右端积分存在,现固定 $\delta(0<\delta\le\gamma_0$,$\gamma_0$ 如定理 1.1 中常数),假设 $g(\zeta)$ 可保持连续模从 ∂D 连续开拓到 $\bar{D}$,由引理 2.1 可找到 $\delta>0$,使对任意的 $w\in\bar{D}$,有

$$\int_{\partial D\cap S_{w,3\delta}}|g(\zeta)-g(w)||K(\zeta,w)|\le\varepsilon\tag{20}$$

令 $K(\zeta,w)=K_0(\zeta,w)\mathrm{d}s_\zeta$,$K_0(\zeta,w)=\frac{(n-1)!}{2\pi^n}\sum_{k=1}^{n}\frac{(\zeta_k-\bar{w}_k)\lambda_k(\zeta)}{|\zeta-w|^{2n}}$,其中 $\mathrm{d}s_\zeta$ 表示曲面 ∂D 于点 ζ 的面积元素,$\lambda_k(\zeta)$ 表示点 ζ 的法向复方向余弦,$1\le k\le n$,k_δ 表示所有 $w\in\bar{D}$ 和 $\zeta\in\partial D$ 使 $|w-\zeta|\ge\delta$ 的点的集合,则函数 $H(\zeta,w)=(g(\zeta)-g(w))K_0(\zeta,w)$ 在紧集 k_δ 上连续,因此可选择 $\delta>\rho>0$ 使对任意与点 z 的距离小于 ρ 的 w 和对所有满足 $|\zeta-z|\ge2\delta$ 的 ζ,成立不等式

$|H(\zeta,z)-H(\zeta,w)|<\varepsilon$,

$$|f(z)g(z)-f(w)g(w)|<\varepsilon \tag{21}$$

若对满足 $|z-w|<\rho$ 的 $w\in\bar{D}$, 有 $|f_g(z)-f_g(w)|\leq\gamma_4\varepsilon$, 其中 γ_4 与 ε 和 w 无关, 则函数 $f_g(z)$ 可被开拓为 $\bar{D}$ 上的连续函数.

事实上, 利用公式(1), (9), (20), (21) 可得

$$|f_g(z)-f_g(w)|\leq M\varepsilon.$$

现证 ii) 由 $f_g(z)$ 的复调和性, 设 $0<\delta\leq\gamma_0$,

$|f_g(z)|\leq M\|f\|+\|f\|\int_{\partial D}|f(\zeta)-g(z)||K(\zeta,z)|$, 由定理 1.1 和引理 2.1 知

$$|f_g(z)|\leq M\|f\|+2M\|f\|\gamma_2+L\gamma_3\|f\|\delta$$

其中 $L=\max\limits_{\zeta_1,\zeta_2\in\partial D}\dfrac{|g(\zeta_1)-g(\zeta_2)|}{|\zeta_1-\zeta_2|}$, 若 $\dfrac{M}{L}\leq\gamma_0$, 则令 $\delta=\dfrac{M}{L}$, 若 $\dfrac{M}{L}\geq\gamma_0$, 则令 $\delta=\gamma_0$, 因此总有

$$|f_g(z)|\leq M\|f\|(1+2\gamma_2+\gamma_3)=\gamma_4 M\|f\|$$

其中 γ_4 是与 f 和 g 无关的常数. 定理证毕.

类似文献[4] 的证明, 有

定理 2.2(奇点分解定理)　设 $f(z)\in A_c(D)$, 则对任意的 $\delta>0$. 存在半径 $\leq\delta$ 的闭球 S_i, $i=1,2,\cdots,N(\delta)$ 复盖边界 ∂D, 且存在有限个函数 $f_i(z)\in H_c(D)$(表示在 $\bar{D}$ 连续, D 内复调和的函数空间), $i=1,2,\cdots,N(\delta)$, 使得

i) $f(z)=\sum\limits_{i=1}^{N(\delta)}f_i(z)$

ii) 对任意 $i(1\leq i\leq N(\delta))$, 函数 $f_i(z)$ 在点 $z\in\bar{D}\setminus S_i$ 复调和

iii) 对任意的 $i(1\leq i\leq N(\delta))$ 有 $\|f_i\|\leq\gamma\|f\|$, 其中 $\gamma>0$ 是不依赖于函数 f 和 f_i 的常数.

参考文献:

[1] Bochner S. Analytic and meromorphic continuation by means of Green's formula[J]. Ann. of Math., 1943, 44(2): 652—673.

[2] Henkin G M. Integral representation of functions in strictly pseudoconvex domains and some application[J]. Mat sb, 1969, 78: 611—632.

[3] 钟同德. 多复变函数的积分表示与多维奇异积分方程[M]. 厦门: 厦门大学出版社, 1986.

[4] 钟同德. Bochner-Martinelli 积分表示的一些应用[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 1983, 22(2): 127—132.

[5] Kytmanov A M. Bochner-Martinelli Integral and Its Applications[M]. (in Russian), Siberia: Science Prees, 1992.

[6] 林良裕. 闭逐块光滑流形上哥西型积分的边界性质[J]. 数学学报, 1988, 31(4): 547—577.

[7] 孙继广. 闭光滑流形上的奇异积分方程[J]. 数学学报, 1979, 22(6): 675—691.

[8] 吴新谋. 数学物理方程[M]. 北京: 科学出版社, 1958.

A Uniform Estimation of Cauchy Integral and Theorem of Partition at Singular Point in C^n

HUANG Yu-sheng

(Dept. of Math., Xiamen Univ., Xiamen 361005, China)

Abstract: Let D be a bounded domain in C^n space with piecewise smooth boundary defined by $C^{(1)}$ functions. $K(\zeta,z)$ denotes the Bochner-Martinelli kernel. The author proved that if $z\in\bar{D}$, $\delta>0$, then there existed constants γ_0, $\gamma_1>0$ with no respect to z and δ such that

$$\int_{\partial D\setminus S_{z,\delta}}|K(\zeta,z)|\leq\gamma_1$$

and the theorem of the partition at singular point held in the following:

If $f(z)\in A_c(D)$, $\forall\delta>0$, then there existed finite closed spheroids S_i, $i=1,2,\cdots,N(\delta)$ with radius δ, $\bigcup_i S_i\supset\partial D$ such that

(i) $f(z)=\sum\limits_{i=1}^{N(\delta)}f_i(z)$,

(ii) $\|f_i\|\leq\gamma\|f\|$ held, constant $\gamma>0$ with no respect to f and f_i, $i=1,\cdots,N(\delta)$.

Key words: B-M kernel; uniform estimate; theorem of partition