

基于 Clark- Wright 算法的邮路规划和邮车调度

郭 迪¹, 王 琨², 屈小波¹

(1. 厦门大学 通信工程系, 福建 厦门 361005 2. 厦门大学 数学与应用数学系 福建 厦门 361005)

摘要】 本文针对邮路规划与邮车调度问题, 将复杂的多约束的全市邮网简化成局部网和骨干网分别讨论, 以成本最小为目标建立优化模型, 结合 Clark- Wright 算法和 Dijkstra 算法求出所有可能解, 并对这些解根据时间和负载限制进行修正, 找出最优解。该方法的优点在于, 提出了所有可能解, 并用 Clark- Wright 算法快速求解。

关键词】 邮路规划 邮车调度 Clark- Wright 算法 Dijkstra 算法

1. 问题描述与分析

在满足邮政运送流程及时限要求下, 采用尽可能少、尽可能短的邮路, 给出包括各县局和支局在内的全市邮路规划和邮车调度方案。全市邮网如图 1-1(a)所示。此邮网约束条件众多且错综复杂, 要得到全局最优解很困难, 所以我们分以下三个步骤来寻找最优解。首先对各个县局派出邮车的数量与总邮路及耗时的情况进行分析和评价。接着把市局及县局 $X_i(i=1, 2, \dots, 5)$ 作为一个骨干网求解从市局需要发车数及如何安排邮车(多个可能解)。最后把前两步求得的解相结合, 分析验证看哪些解满足全部的约束条件并从中找出最优解。(原始数据表格见 2007 年全国研究生数学建模竞赛 D 题)



图 1(a) 市邮政全网分布图

图 1(b) 市邮政骨干网

2. 模型建立

2.1 模型假设

- (1) 一个班次的车都是同时发车。
- (2) 当出现少数不能收寄或送达的邮件也满足要求, 但应尽量避免。
- (3) 如果起始与目的邮局间没有直接相连的公路, 可以路经别的邮局中转, 但可以不收寄或送达邮件。

2.2 符号说明

设上、下标: w 代表派车的局, k 代表 w 局派出的第 k 辆邮车, i, j 代表邮车经过的局。 X 代表县局, Z 代表支局, D 代表市局。

- $X = \{X_i, i=1, 2, \dots, 5\}$, $Z = \{Z_i, i=1, 2, \dots, 73\}$, $A = X \cup Z \cup D$;
- $a_{w,k}^i$: w 局派出的第 k 辆车寄达 i 局的邮件数; d_{ij} : i 局到 j 局间的距离;
- $b_{w,k}^i$: w 局派出的第 k 辆车从 i 局收寄的邮件数; $V_{w,k}$: 车速;
- $Q_{w,k}^i$: w 局派出的第 k 辆车经过 i 局后的邮件数; S_i : i 局卸载时间;
- $T_{w,k}$: w 局派出的第 k 辆车邮路总耗时; C : 邮车最大承载量;

$$\delta_{w,k}^{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{若 } w \text{ 局派出的第 } k \text{ 辆车有到达 } i \text{ 局;} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad g = \begin{cases} i, & \text{若 } f_{w,k}^{i,j} = 1 \\ -1, & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_{w,k}^{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{若 } w \text{ 局派出的第 } k \text{ 辆邮车的邮路有经过从 } i \text{ 局} \rightarrow \text{局 } j \text{ 这段邮路} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

2.3 挖掘隐含条件并建立模型



图 2 时间轴

如图 2 所示, 设市局第一班车在 t_1 时刻出发, t_2 时刻到达县局 X_1 , t_3 时刻返回到市局; 市局第二班车在 t_4 时刻出发, t_5 时刻到达县局 X_1 , t_6 时刻返回到市局。注意到市局两班车的行驶路线是完全相同的, 则有 t_1 到 t_2 时间加 t_5 到 t_6 的时间恰等于市局车从出发到回到市局的时间。从 t_2 到 t_5 这段时间, 县局 X_1 要完成集中处理邮件、派县级车出去并返回、集中处理邮件的工作。所以, 市局车从出发到回到市局的时间+处理邮件的 2 小时+县级车从出发到回到市局的时间 12 小时。这就是下面模型中式(2)的由来。

派车数是影响运输总成本的主要因素, 故我们以派车数最小为优化目标建立规划模型为:

$$\begin{cases} \sum_{i \in XUZ} \frac{f_{w,k}^{i,j} X_{ij}}{V_{w,k}} + \sum_{i \in XUZ} \delta_{w,k}^i \times S_i \leq T_{w,k}; & (1) \\ \sum_{i,j} \frac{f_{w,k}^{i,j} X_{ij}}{V_{w,k}} + 2 + \sum_{i \in XUZ} \delta_{w,k}^i \times S_i + \frac{\sum_{i,j} f_{w,k}^{i,j} d_{ij}}{V_{w,k}} \leq 12, & (2) \\ s.t. \quad \sum_i a_{w,k}^i \delta_{w,k}^i \leq C & (3) \\ \sum_i b_{w,k}^i \delta_{w,k}^i \leq C & (4) \\ Q_{X_1,k}^1 = Q_{X_1,k}^{t-1} + (b_{X_1,k}^1 - a_{X_1,k}^1) \leq C & (5) \\ \sum_i \delta_{w,k}^i \geq 1, \quad w \in XU D, i \in A & (6) \end{cases}$$

这里, 式(1)表示每辆邮车往返一趟的时间限制; 式(2)表示我们所分析的隐含条件; 式(3)、(4)和(5)分别表示邮车出发、返回和经过每一支局时的运载量都不能超载; 式(6)表示各邮局至少被邮车经过一次。

3. 模型求解

3.1 研究各县邮车数与总邮路耗时量关系

3.1.1 基于 Clark-Wright 算法的改进算法

Clark-Wright(C/W)算法基本思路是: 先假定从枢纽中心到每个支局都有一辆车运送邮件, 这样其初始的路径就有 N 条 ($Z = \{Z_i, i=1, 2, \dots, N\}$). 中心点为 X_1 , 即为 $\{X_1 Z_1 X_1 X_1 Z_2 X_2 \dots, X_1 Z_N X_1\}$, 然后以路程节余为判据, 进行路径的合并(如图 3)直到没有路径再能合并为止, 形成最终的几条路径。

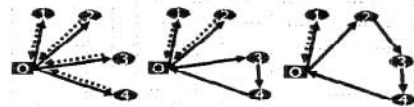


图 3 根据节余合并路程

把每个县局及所辖支局当作一个系统, 利用 C/W 算法求得各县最少需要的邮车数。对于没有支局到县局直达公路, 我们用 Dijkstra 求得最短路"虚拟"表示直达距离。合并路由时采用负载约束和时间约束, 分别如式(1)、(3)、(4)和(5)所示。此改进算法的主要步骤如下:

- (1) 若县局与支局没有直达公路,先计算出两点的最短里程,并代替县局到支局的距离。
- (2) 假定从到每一个支局均有专门的车辆运送,则初始路径为: $\{X_1Z_1, X_1X_2, X_2Z_2, \dots, X_nZ_n, X_1\}$;
- (3) 计算将每两点(支局)之间如果合并一条路径中所产生的里程节余 S_j ;
- (4) 将所有 S_j 按由大到小的顺序排列 $\{S_j\}$;
- (5) 利用 C/W 算法依照约束条件合并路由,直到不能合并为止。

3.1.2 研究各县邮车数与总邮路耗时量关系

按照 3.1.1 改进算法求解,可知在每个县如果只有 1(或 2、3、4)辆车时,邮路的公里数及所耗时间。因为确定车辆数时邮路仍有很多选择,我们在同一车辆数的不同调度方案中依照如下原则选择数据:a.总邮路和耗时量最小;b.耗时量差不多时选总邮路最小;c.总邮路差不多时选耗时量最小。

里程(km)	1辆车	2辆车	3辆车	4辆车
县 1 邮路	313	151	106	90
县 2 邮路	-	159	105	100
县 3 邮路	-	-	109	109
县 4 邮路	-	-	-	69
总邮路	313	310	320	368
耗时量(h)	10.43	5.3	3.63	3.63

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	总车辆	总邮路
解 1	2	3	2	3	3	17	2698
解 2	2	3	2	2	3	16	2434
解 3	2	3	2	3	3	17	2502
解 4	2	3	2	3	2	16	2437
解 5	2	2	2	2	2	15	2436
解 6	2	3	2	2	2	16	2449
解 7	2	3	2	2	2	16	2446

按照上述原则分析表 1 可知 X₁ 县 2 或 3 辆车是优解。同理 X₂ 县 2 或 3 辆车为优解; X₃ 县 2 辆车为优解; X₄ 县 3 辆车为优解; X₅ 县 2 或 3 辆车为优解。

3.2 骨干网规划

把市局 D, 县局 X_i(i=1,2,...,5)及市局附近 16 个支局 Z_i(i=58, 59,...,73)作为一个骨干网,如图 1(b)所示。按照 3.1.1 改进算法以式(2)为时间约束求解,可知从市局需要发出多少车及如何安排邮车。通过程序求得 7 组解,其中 4 组需 4 辆车,3 组需 5 辆车。

3.3 确定可行解并找出最优解

现在我们把第二步中求得的解与第一步中各个县的具体情况相结合,验证是否满足时限要求,即是否满足我们模型中的式(1)、(2)。对各个解及各县中车辆数进行组合配对,再在每组解中选出使得全市(包括市局 D 和各县局)调用车辆最小的方案如表 2。由表 2 知各个解的总路程变化不大,所以我们选解 5 为最优解,即市局派出 5 辆车,各县各派 2 辆车,总车数 15,总邮路(包

括全部 15 辆车的)2436km,总运行成本 7308 元。调度方案如下:

市局 6:00 和 13:45 两班车行驶路线相同:

D: D -> X₂ -> X₃ -> Z₆₅ -> Z₆₇ -> D; D -> X₅ -> Z₆₈ -> Z₆₁ -> D -> X₁ -> Z₆₂ -> Z₆₉ -> Z₆₀ -> D; D -> Z₇₁ -> Z₆₉ -> Z₇₀ -> Z₆₈ -> Z₆₆ -> Z₆₃ -> Z₆₄ -> D; D -> Z₇₂ -> X₄ -> Z₇₃ -> D;

每个县局各派车 2 辆:

X₁: X₁ -> Z₃ -> Z₂ -> Z₅ -> Z₇ -> Z₈ -> Z₉ -> Z₁₀ -> Z₁₁ -> Z₄ -> X₁;
X₁ -> Z₁₃ -> Z₁₂ -> Z₁₁ -> Z₁₅ -> Z₁₆ -> Z₁₄ -> X₁;
X₂: X₂ -> Z₂₁ -> Z₂₂ -> Z₂₃ -> Z₂₄ -> Z₂₅ -> Z₂₆ -> Z₂₀ -> Z₁₉ -> X₂; X₂ -> Z₁₇ -> Z₁₈ -> X₂;
X₃: X₃ -> Z₂₈ -> Z₃₁ -> Z₂₉ -> Z₃₀ -> Z₃₂ -> Z₃₃ -> X₃; X₃ -> Z₂₇ -> X₃;
X₄: X₄ -> Z₃₆ -> Z₃₄ -> Z₃₅ -> Z₃₇ -> Z₃₈ -> Z₃₉ -> Z₄₀ -> X₄; X₄ -> Z₄₁ -> Z₄₂ -> Z₄₃ -> X₄;
X₅: X₅ -> Z₅₁ -> Z₄₆ -> Z₄₄ -> Z₄₅ -> Z₄₇ -> Z₄₈ -> Z₄₉ -> Z₅₀ -> X₅;
X₅ -> Z₅₄ -> Z₅₅ -> Z₅₆ -> Z₅₇ -> Z₅₂ -> Z₅₃ -> X₅;

3.模型评价与改进

针对县级邮网的规划和调度采用 C/W 算法和 Dijkstra 算法合并路由求得最小邮车数,求解简易高效,并能找到所有可能解。市邮网是一个全局问题,多个约束相互牵制,可以简化成若干个局部问题并依照县级邮网的方法找到所有可能解,此模型可扩展性强。但是需要在时限约束下验证可能解比较后获得最优解,原因是模型降低了局部之间约束条件的限制,即采用先"粗调"再"细调"。改进的目标是加强约束条件将"细调"并入"粗调",进一步缩小解的范围并最终实现一步到位求得全局最优解。

参考文献:

- 程录庆,胡涛.车辆路由问题在邮路规划中的应用研究[J].中国信息管理与化,2006,9(1),pp.14-15
- 王文波.数学建模及其基础知识详细解[M].武汉大学出版社,2006年5月
- 黄雍检,赖明勇.Matlab 语言在运筹学中的应用[M].湖南大学出版社,2005年5月
- 林健良,黄培伦,邝英强等.邮政运输网路中的几个优化数学模型[J].华南理工大学学报(自然科学版),2006,28(8), pp.6-10

(上接第 95 页)

学的三个基本方程求得样品颜色的三刺激值 X, Y, Z 为:

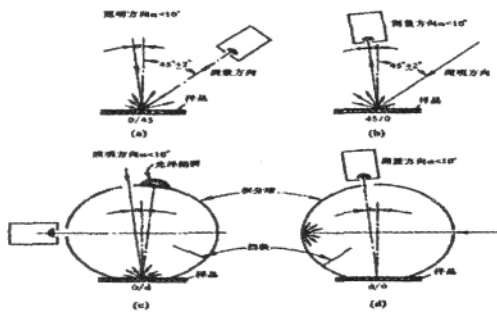


图 3 颜色测量的几何条件

$$\begin{aligned}
 K_x S_h(\lambda) \tau_x(\lambda) \gamma(\lambda) &= S_c(\lambda) \bar{x}(\lambda) \\
 K_y S_h(\lambda) \tau_y(\lambda) \gamma(\lambda) &= S_c(\lambda) \bar{y}(\lambda) \\
 K_z S_h(\lambda) \tau_z(\lambda) \gamma(\lambda) &= S_c(\lambda) \bar{z}(\lambda)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

式中, $S_h(\lambda)$ 为仪器内部光源的光谱分布, $S_c(\lambda)$ 为选定的标准照明体光谱分布; τ_x, τ_y, τ_z 为三种校正滤色器各自的光谱透射比; $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 是选定的标准色度观察者光谱三刺激值; K_x, K_y, K_z 为比例常数; $\gamma(\lambda)$ 为探测器的光谱灵敏度。仪器各个探测器测到的电信号值比例于物体颜色的三刺激值。

校正滤色器应有的光谱透射比 $\tau_x(\lambda), \tau_y(\lambda), \tau_z(\lambda)$ 可从式(6)求得:

$$\begin{aligned}
 \tau_x(\lambda) &= \frac{S_c(\lambda) \bar{x}(\lambda)}{K_x S_h(\lambda) g(\lambda)} \\
 \tau_y(\lambda) &= \frac{S_c(\lambda) \bar{y}(\lambda)}{K_y S_h(\lambda) g(\lambda)} \\
 \tau_z(\lambda) &= \frac{S_c(\lambda) \bar{z}(\lambda)}{K_z S_h(\lambda) g(\lambda)}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

色度计用上述公式求得三个透射比德校正滤色器与三个探测元件的组合,分别来测得三刺激值 X, Y, Z, 然后可以进一步计算出颜色的 CIE 色品坐标(x, y), L*, a*, b* 等色度参数。这类仪器测量速度快,实时性好,也具有适当的测量精度。

参考文献:

- 金伟其,胡威捷.辐射度 光度与色度及其测量.北京:北京理工大学出版社,2006.6
- 郁道银,谈恒英.工程光学.北京:机械工业出版社,1999.4.
- Bruce Fraser, Chris Murphy, Fred Bunting.色彩管理.北京:电子工业出版社,2005.7.
- 汤顺青.色度学.北京:北京理工大学出版社,1990.
- 束越新.颜色光学基础理论.山东:山东科学技术出版社,1980.