第 36 卷第 2 期　　数学的实践与认识　　Vol. 36 No. 2
2006 年 2 月　MATHEMATICS IN PRACTICE AND THEORY　Feb., 2006

幂效用函数理论下的欧式期权定价

杨靖三, 李时银

(厦门大学数学科学学院, 福建 厦门 361005)

摘要: 研究在不完全信息情况下, 代理人根据自己的风险偏好建立效用函数理论, 在幂效用函数下寻找资产的均衡价格和无风险折现因子, 并在此基础上给出幂效用函数理论下的均衡的欧式期权定价公式

关键词: 不完全信息; 期望生命期效用; 均衡价格; 幂效用函数

1 引 言

完全信息下的经济学都假设投资者知道资产的期望均值和波动率 但是实际情况并非如此 在现实中, 资产的期望均值我们并不知道, 投资者只能根据历史数据去估计. 因此投资者所拥有的信息和个人偏好, 对资产定价有很大影响 在完全信息条件下进行定价的时候, 我们通常是以无风险银行利率作为标准进行资产定价和期望折现的 本文我们将讨论一种建立在期望生命期效用基础上的定价理论

Alexandre Ziegler 在文献[1]中, 通过建立代理经济人模型说明了代理人的信息质量和个人风险偏好是如何影响期望效用的 本文先介绍一般的效用函数理论, 然后在幂效用函数理论下讨论期望生命期效用, 给出资产的均衡价格以及建立在幂效用函数理论上的无风险折现因子, 从而推导出欧式期权的均衡价格公式

2 建立模型

我们考虑一个企业, 该企业只有一种产品, 企业完全由股本融资, 这里我们只考虑一个有代表性的股东 企业在时刻 t 以比率 x_t 支付红利给股东

假设红利过程[1]:

$$dx_t = ux_t dt + \sigma x_t dB_t \tag{1}$$

其中 u 是期望红利的瞬时增长率, 假设 u 是一个常数, 随着时间的推移代理人不断的改进它的取值 σ是红利过程的瞬时波动率, 这里假设参数 σ是已知的 B_t 是标准布朗运动, 它定义在由红利 $x_s(s \le t)$ 生成的带 σ流的概率空间 (Ω, F_t^x, P) 上, 其中 $F_t^x = \sigma(x_s, s \le t)$. 然而代理人并不知道真正的均值 u, 必须根据过去的数据去估计它, 我们假设在初始时刻 $t = 0$, 代理人具有关于 u 的先验信息: u 是一个均值为 m_0, 方差为 $v_0 = E[(m_0 - u)^2]$ 的正态分布变量 除此之外没有关于 u 的另外的先验信息了. 他的信息集就是 $F_t^x = \sigma(x_s, s \le t)$.

当新的红利信息到达后, 代理人会更新关于红利平均增长率 u 的估计 m_t, m_t 满足

$$dm_t = \frac{v_t}{\sigma} d\tilde{B}_t \tag{2}$$

收稿日期: 2004-11-17

其中
$$d\widetilde{B}_t = dB_t + \frac{u - m_t}{\sigma}dt \tag{3}$$

即m_t是均值回复的,这个假设符合经济实际 又m_t在由(3)定义的新的概率测度[2]下是鞅 显然,若取$u = m_t$则$d\widetilde{B}_t = dB_t$.

$v_t = E_t[(m_t - u)^2]$表示m_t的平均均方误差,根据(1)及(3)式可以把(2)改写为:

$$dm_t = \frac{v_t}{\sigma^2}\left(\frac{dx_t}{x_t} - m_t dt\right)$$

因此,投资者用$\frac{v_t}{\sigma^2}$乘以红利的突然改变量$\left(\frac{dx_t}{x_t} - m_t dt\right)$来更新估计值$m_t$. 这是关于$u$的不确定性的一种度量 从代理人角度看,对红利的期望增长率作部分观测的经济学等价于对随机的,时变的红利平均增长率m_t作部分观测的经济学,由上面的表达式可以看出红利的瞬时改变量$\frac{dx_t}{x_t}$和投资者对u的估计是完全相关的 当$\frac{dx_t}{x_t} > m_t$时,投资者向上修正关于u的估计,当$\frac{dx_t}{x_t} < m_t$时,他向下修正关于u的估计.

根据实际意义,平均均方误差v_t的动态可表达

$$dv_t = -\frac{v_t^2}{\sigma^2}dt$$

根据初始条件v_0得出

$$v_t = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + \frac{1}{\sigma^2}t} \tag{4}$$

平均均方误差v_t是代理人关于u的真值的不确定性的度量 也可以视为对信息质量的一种度量 当$v_t = 0$时,u是完全已知的,这是完全信息经济学情况 当v_t较大时代理人关于u的不确定性也大,而根据新的红利信息对m_t作的修正也大

为了后面计算的需要我们先给出几个结论及其证明

由(1)式可得

$$x_t = x_0\exp\left[\left(u - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\int dB_s\right] \tag{5}$$

或

$$\ln x_t = \ln x_0 + \left(u - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\int dB_s \tag{6}$$

$$\therefore u = \frac{\ln x_t - \ln x_0}{t} + \frac{\sigma^2}{2} - \frac{\sigma}{t}\int dB_s$$

可见,在t时刻关于u的最佳估计是[5]

$$m_t = \frac{\ln x_t - \ln x_0}{t} + \frac{\sigma^2}{2} \tag{7}$$

此时这个估计的平均均方误差v_t为

$$v_t = E[(m_t - u)^2] = E\left[\left(\frac{\ln x_t - \ln x_0}{t} + \frac{\sigma^2}{2} - u\right)^2\right]$$
$$= E\left[\left(\frac{\sigma}{t}\int dB_s\right)^2\right] = \frac{\sigma^2}{t^2}E\left(\int ds\right) = \frac{\sigma^2}{t}$$

由(1)和(3)可得:

$$dx_s = m_s x_s \mathrm{d}s + \sigma x_s d\tilde{B}_s$$

应用 Ito's 引理得

$$d\ln(x_s) = \left(m_s - \frac{\sigma^2}{2}\right) ds + \sigma d\tilde{B}_s$$

$$\therefore \ln(x_s) = \ln(x_t) + \int \left(m_u - \frac{\sigma^2}{2}\right) \mathrm{d}u + \int \sigma \mathrm{d}\tilde{B}_u \tag{8}$$

因为 m_s 是鞅, 当 $u \geq t$ 时, $E_t(m_u) = m_t$。这里 E_t 是在 $d\tilde{B}_t$ 对应的测度下的期望, 所以(8)式应用 Fubini's 定理得

$$\begin{aligned} E_t(\ln(x_s)) &= E_t\left[\ln(x_t) + \int \left(m_u - \frac{\sigma^2}{2}\right) \mathrm{d}u\right] = \ln(x_t) + \int \left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right) \mathrm{d}u \\ &= \ln(x_t) + \left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(s - t) \end{aligned} \tag{9}$$

进一步, 由计算可得[1]

$$Var_t[\ln(x_s)] = \sigma^2(s - t) + v_t(s - t)^2 \tag{10}$$

3　一般效用函数理论

假设代理人有如下形式的基于期望消费量的效用函数[3]

$$U(c) = E\left(\int^{T} \mathrm{e}^{-\rho s}\mu(c_s)\mathrm{d}s\right)$$

其中 ρ 是非负的, 是跟物价指数相关的一个参数, 而 $\mu(c)$ 是当前消费 c_s 的连续凸函数

假设代理人初始财富为 0, 在 t 时刻持有一份股票而消费红利 x_t。在均衡条件 $c_t = x_t$ 下[3], 代理人的消费对应的期望生命期效用为

$$J(x_t, m_t, t) = E\left(\int^{T} \mathrm{e}^{-\rho s}\mu(x_s)\mathrm{d}s \,\middle|\, F_t^x\right)$$

我们用 s_t 表示时刻 t 的企业股票的均衡价格, 在均衡状态下代理人持有一份股票, 假设他的消费等于当前的红利, 即 $c_t = x_t$。因此状态价格指数定义为[3]:

$$\pi_t = \mathrm{e}^{-\rho t}\mu'(x_t), \quad \text{其中 } \mu'(x_t) = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x_t}$$

而均衡的资产价格过程为:

$$s_t = \frac{1}{\pi_t} E\left(\int^{T} \pi_s x_s \mathrm{d}s \,\middle|\, F_t^x\right) \tag{11}$$

用 $\Lambda_{t,s}$ 表示到期日为 s $(s \leq T)$, 到期价值为 1 的不违约零息票债券在 t 时刻的价格, 这个权益的均衡价格即折现因子为:

$$\Lambda_{t,s} = \frac{1}{\pi_t} E\left(\pi_s \,\middle|\, F_t^x\right) \tag{12}$$

4　幂效用函数理论下的期权定价

一个欧式买入期权, 它的到期日为 T_0($T_0 < T$, T 为消费生命期长), 执行价为 Y, 标的资产为公司股票, 设此买入期权在时刻 t($t < T_0$) 的价格为 p_t, 则根据期权定价的一般原理[4], 有

$$p_t = \Lambda_{t,T_0} E_t[s_{T_0} - Y]^+$$

下面我们给出幂效用函数理论下的期权定价公式

4.1 相关变量的计算

我们现在假设代理人的效用函数是幂效用函数形式, 即 $\mu(c_s) = \frac{C_s^\alpha}{\alpha}$, $(\alpha > 0)$, 则 $U(c) = E\left(\int^T e^{-\rho s}\frac{C_s^\alpha}{\alpha} ds\right)$.

那么他的消费期望生命期效用为:

$$J(x_t, m_t, t) = E_t\left(\int^T e^{-\rho s}\frac{x_s^\alpha}{\alpha} ds\right)$$

价格指数 π_t 为

$$\pi_t = e^{-\rho t}\mu'(x_t) = e^{-\rho t}x_t^{\alpha-1}$$

折现函数为

$$\Lambda_{t,T_0} = \frac{1}{\pi_t}E(\pi_{T_0}) = \frac{1}{e^{-\rho t}x_t^{\alpha-1}}E_t(e^{-\rho T_0}x_{T_0}^{\alpha-1})$$

$$E(x_s^{\alpha-1} | F_t^x) = x_t^{\alpha-1}\exp\left\{(\alpha-1)\left[m_t - (2-\alpha)\frac{\sigma^2}{2}\right](s-t) + \frac{(\alpha-1)^2}{2}(s-t)^2 v_t\right\}$$

$$\therefore \Lambda_{t,T_0} = \exp\left\{\left[-\rho + (\alpha-1)\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}(2-\alpha)\right)\right](s-t) + \frac{(\alpha-1)^2}{2}(s-t)^2 v_t\right\}$$

T_0 时刻的均衡价格 s_{T_0} 为:

$$s_{T_0} = \pi_{T_0}E\left(\int_0^T \pi_s x_s ds \,\middle|\, F_{T_0}^x\right) = x_{T_0}^{1-\alpha}E\left(\int_0^T e^{-\rho(s-T_0)}x_s^\alpha ds \,\middle|\, F_{T_0}^x\right)$$
$$= x_{T_0}^{1-\alpha}\left(\int_0^T e^{-\rho(s-T_0)}E(x_s^\alpha | F_{T_0}^x)\right) ds$$

令 $y = \ln x$, 有 $Ex^\alpha = Ee^{\alpha y} = e^{\alpha Ey + \alpha^2\frac{Vary}{2}}$

$$E(x_s^\alpha | F_{T_0}^x) = \exp\left\{\alpha\left[\ln x_{T_0} + \left(m_{T_0} - \frac{\sigma^2}{2}\right)(s-T_0)\right] + \frac{\alpha^2}{2}[v_{T_0}(s-T_0)^2 + \sigma^2(s-T)]\right\}$$

$$\therefore s_{T_0} = x_{T_0}\int_0^T \exp\left\{\alpha\left[m_{T_0} - \frac{\rho}{\alpha} - (1-\alpha)\frac{\sigma^2}{2}\right](s-T_0) + \frac{\alpha^2}{2}v_{T_0}(s-T_0)^2\right\} ds$$

记

$$F_1(s, T_0) = \exp\left\{\alpha\left[-\frac{\rho}{\alpha} - (1-\alpha)\frac{\sigma^2}{2}\right](s-T_0) + \frac{\alpha^2}{2}v_{T_0}(s-T_0)^2\right\} \quad (13)$$

则 $s_{T_0} = x_{T_0}\int_0^T e^{\alpha m_{T_0}(s-T_0)}F_1(s, T_0) ds$

为了后面求期望的计算需要我们下面给出在信息 $F_t^x = \sigma(x_s, s \le t)$ 下 m_{T_0} 的表达式由(2), (3)两式可得

$$dm_t = \frac{v_t}{\sigma^2}(u - m_t)dt + \frac{v_t}{\sigma}dB_t$$

因为信息量 F_t^x 是已知的, 故 u 可以用它在 t 时刻的估计值 m_t 来代替, 从而得到

$$dm_s = \frac{v_s}{\sigma^2}(m_t - m_s)ds + \frac{v_s}{\sigma}dB_s, \quad s > t \quad (14)$$

解方程(14)得

$$m_{T_0} = m_t\beta(t, T_0) + \int^{T_0}\beta(s, T_0)\frac{v_s}{\sigma^2}m_t\mathrm{d}s + \int^{T_0}\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\mathrm{d}B_s$$

其中 $\beta(t, T_0) = \mathrm{e}^{-\int^{T_0}\frac{v_s}{\sigma}\mathrm{d}s} = \mathrm{e}^{\frac{1}{\frac{1}{v_0}+\frac{T_0}{\sigma^2}} - \frac{1}{\frac{1}{v_0}+\frac{t}{\sigma^2}}}$. 所以 m_{T_0} 为正态分布随机变量, 而且它和 $B_{T_0} - B_t$ 是完全正相关的　容易得出

$$E\{m_{T_0}|F_t^x\} = m_t\beta(t, T_0) + \int^{T_0}\beta(s, T_0)\frac{v_s}{\sigma^2}m_t\mathrm{d}s$$

$$Var\{m_{T_0}|F_t^x\} = E\left\{\int^{T_0}\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\mathrm{d}B\right\}^2 = \int^{T_0}\left[\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\right]^2\mathrm{d}s$$

因此 m_{T_0} 的表达式可以写为

$$m_{T_0} = m_t\beta(t, T_0) + \int^{T_0}\beta(s, T_0)\frac{v_s}{\sigma^2}m_t\mathrm{d}s + y\sqrt{\int^{T_0}\left[\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\right]^2\mathrm{d}s}$$

其中 $y = \frac{B_{T_0} - B_t}{\sqrt{T_0 - t}}$, 且 $y \sim N(0, 1)$, 记

$$F_2(t, T_0) = m_t\beta(t, T_0) + \int^{T_0}\beta(s, T_0)\frac{v_s}{\sigma^2}m_t\mathrm{d}s \tag{15}$$

$$F_3(t, T_0) = \sqrt{\int^{T_0}\left[\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\right]^2\mathrm{d}s} \tag{16}$$

则有 $m_{T_0} = F_2(t, T_0) + F_3(t, T_0)y$.

再由(5)式得

$$x_{T_0} = x_t\exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right]\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y} \tag{17}$$

4.2　欧式买入期权的价格公式

$$\begin{aligned}
p_t &= \Lambda_{t, T_0}E_t[s_{T_0} - Y]^+ = \Lambda_{t, T_0}E_t\left[x_{T_0}\int_0^{T}\mathrm{e}^{\alpha m_{T_0}(s - T_0)}F_1(s, T_0)\mathrm{d}s - Y\right]^+ \\
&= \Lambda_{t, T_0}E_t\left[x_t\exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right]\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{T_n - t}y}\right. \\
&\quad\left.\cdot\int_0^{T}F_1(s, T_0)\mathrm{e}^{\alpha(s - T_0)F_2(t, T_0)}\mathrm{e}^{\alpha(s - T_0)F_3(t, T_0)y}\mathrm{d}s - Y\right]^+ \\
&= \Lambda_{t, T_0}\int_{\infty}^{\infty}\left[x_t\exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right]\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y}\right. \\
&\quad\left.\cdot\int_0^{T}F_1(s, T_0)\mathrm{e}^{\alpha(s - T_0)F_2(t, T_0)}\mathrm{e}^{\alpha(s - T_0)F_3(t, T_0)y}\mathrm{d}s - Y\right]^+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2}}\mathrm{d}y
\end{aligned}$$

设满足方程

$$x_t\exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right]\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y}\int_0^{T}F_1(s, T_0)\mathrm{e}^{\alpha(s - T_0)F_2(t, T_0)}\mathrm{e}^{\alpha(s - T_n)F_3(t, T_0)y}\mathrm{d}s = Y$$

的解为 y_0, 因为

$$x_t > 0,\quad F_1(s, T_0) > 0,\quad F_2(t, T_0) > 0,\quad F_3(t, T_0) > 0$$

$$\therefore F(y) = x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] e^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y} \int_0^T F_1(s, T_0) e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)} e^{\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)y} ds$$

是关于 y 的增函数

$$\therefore p_t = \Lambda_{t,T_0} \int_0^\infty x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] e^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y}$$

$$\cdot \left[\int_0^T F_1(s, T_0) e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)} e^{\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)y} ds\right]$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy - \Lambda_{t,T_0} Y \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$= \Lambda_{t,t_0} x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] \int_0^T F_1(s, T_0) e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)}$$

$$\cdot \left(\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{[\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)+\sigma\sqrt{T_0-t}]y} e^{-\frac{y^2}{2}} dy\right) ds - \Lambda_{t,T_0} Y \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$= \Lambda_{t,T_0} x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] \int_0^T F_1(s, T_0) e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)+\frac{1}{2}[\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)+\sigma\sqrt{T_0-t}]^2}$$

$$\cdot \left(\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\{y-[\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)+\sigma\sqrt{T_0-t}]\}^2} dy\right) ds - \Lambda_{t,T_0} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$= \Lambda_{t,T_0} x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] \int_0^T F_1(s, T_0)$$

$$\cdot e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)+\frac{1}{2}[\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)+\sigma\sqrt{T_0-t}]^2} N(d_1) ds - YN(d_2)$$

所以我们得到欧式买入期权价格公式为

$$p_t = \Lambda_{t,T_0} x_t \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] \int_0^T F_1(s, T_0)$$

$$\cdot e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)+\frac{1}{2}[\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)+\sigma\sqrt{T_0-t}]^2} N(d_1) ds - \Lambda_{t,T_0} YN(d_2)$$

其中

$$d_1 = \alpha(s - T_0)F_3(t, T_0) + \sigma\sqrt{T_0 - t} - y_0, \quad d_2 = -y_0$$

$$F_1(s, T_0) = \exp\left\{\alpha\left[-\frac{\rho}{\alpha} - (1-\alpha)\frac{\sigma^2}{2}\right](s - T_0) + \frac{\alpha^2}{2} v_{T_0}(s - T_0)^2\right\}$$

$$F_2(t, T_0) = m_t \beta(t, T_0) + \int^{T_0} \beta(s, T_0) \frac{v_s}{\sigma^2} u ds$$

$$F_3(t, T_0) = \sqrt{\int^{T_0} \left[\frac{v_s}{\sigma}\beta(s, T_0)\right]^2 ds}$$

$$m_t = \frac{\ln x_t - \ln x_0}{t} + \frac{\sigma^2}{2}, \quad v_{T_0} = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + \frac{1}{\sigma^2}T_0},$$

y_0 为方程

$$x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] e^{\sigma\sqrt{T_0 - t}y} \int_0^T F_1(s, T_0) e^{\alpha(s-T_0)F_2(t,T_0)} e^{\alpha(s-T_0)F_3(t,T_0)y} ds = Y$$

的解, $N(\cdot)$ 为标准正态分布函数

相应的我们可以得到卖出期权的价格公式为

$$q_t = \Lambda_{t,T_0} E_t (Y - S_{T_0})^{+} = \Lambda_{t,T_0} Y N(d_1') - \Lambda_{t,T_0} x_t \exp\left[\left(m_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T_0 - t)\right] \int_0^{T_0} F_1(s, T_0)$$

$$\cdot\, e^{\alpha(s - T_0) F_2(t, T_0) + \frac{1}{2}[\alpha(s - T_0) F_3(t, T_0) + \sigma\sqrt{T_0 - t}]^2} N(d_2')\, \mathrm{d}s$$

其中

$$d_1' = y_0,\ d_2' = d_1' - \alpha(s - T_0) F_3(t, T_0) - \sigma\sqrt{T_0 - t}$$

$N(\cdot)$ 为标准正态分布函数

其他参数同上

参考文献:

[1] Alexandre Ziegler. Incomplete Information and Heterogenerous Beliefs in Continuous-time Finance[M]. Springer, 2002.

[2] Musiela M, Rutkowski M. Martingale Methods in Financial Modellings[J]. Springer-Verlag, 1998.

[3] John H Cochrane. Asset Pricing[M]. Princeton University Press, New Jersey, 2001.

[4] 李时银. 期权定价与组合选择-金融数学与金融工程的核心[M]. 厦门大学出版社, 2002.

[5] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙. 高等数理统计[M]. 高等教育出版社, 1998.

[6] Damiano Brigo Fabio Mercurio. Interest Rate Models Theory and Practice[M]. Springer, 2001.

The Price Formulars of Europe Option Under Power Utility

YANG Jing-san, LI Shi-yin

(Department of Mathematics, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China)

Abstract: We research the utility functions under incomplete information. And give the equilibrium assert price, interest rate and disfree discount function. Then the price formulars of Europe option under power utility theory was derived.

Keywords: incomplete information; expected lifetime utility; equilibrium price; power utility