

# 光滑试样表面疲劳裂纹演化的数值仿真<sup>\*</sup>

孙道恒

(厦门大学机电工程系, 厦门, 361005)

孙训方 刘先斌 金尧

(西南交通大学应用力学与工程系, 成都, 610031)

**摘要** 考虑裂纹形核、扩展、合并以及晶界的作用等因素, 对光滑圆试样表面疲劳裂纹的演化进行了数值模拟. 结果表明, 疲劳裂纹系统的演化是由无序向有序转化的过程, 演化诱致突变. 这一过程与实验观察到的结果一致. 疲劳裂纹系统的演化终态具有很大的分散性, 主要表现为裂纹路径的随机性和突变寿命的分散性. 样本的随机性是造成上述分散性的外因, 系统对裂纹位形的敏感性是内因.

**关键词** 疲劳裂纹, 非线性, 数值模拟

## 1 引言

疲劳裂纹系统是一个复杂的非线性动力学系统, 内含丰富的动力学行为特征<sup>[1]</sup>. 疲劳裂纹系统演化的计算机仿真将是研究其行为特征的重要手段. Kitagawa 等<sup>[2]</sup> 曾对腐蚀环境中的金属疲劳进行过数值模拟; Suh 等<sup>[3]</sup> 曾用 Kitagawa 的模型模拟过高温下金属疲劳短裂纹的行为; 最近, Hoshide 等<sup>[4]</sup> 考虑了材料内穿晶和沿晶裂纹形核的物理机制, 模拟了多轴载荷作用下的缺口试样的裂纹演化行为. 洪友士等<sup>[5]</sup> 考虑了晶界对裂纹萌生和扩展的影响, 模拟了疲劳短裂纹行为, 结果表明, 对足够多的模拟样本, 临界破坏参数具有较宽的分散带. 这种分散性完全是由样本的随机性造成的.

本文将考虑裂纹形核、扩展、合并以及晶界的作用等因素, 对光滑圆试样表面疲劳裂纹的演化进行模拟. 通过模拟, 试图分析疲劳裂纹演化诱致突变的特征和疲劳裂纹演化中的分散性. 这里的分散性不仅包括样本的随机性造成的分散性——外在分散性, 更重要的是, 还包括由裂纹的初始位形扰动给确定性疲劳裂纹系统演化造成的分散性——内在分散性.

## 2 数值仿真模型

仿真试样采用圆形光滑试样, 截面直径为  $D$ . 为了简单起见, 用正六角形作为晶粒的平面形状. 正六角形的外截圆直径为  $d^{[1]}$ .

根据实验观察, 疲劳裂纹系统的演化可以抽象为疲劳裂纹萌生、扩展及连接(或合并)三个元过程的独立发展与交互作用. 晶界、相界、滑移带等的作用可看作对三个元过程的影响

\* 国家自然科学基金资助项目(19572051).

2000-07-07 收到第1稿, 2000-11-15 收到修改稿.

因素;裂尖屏蔽、裂纹合并后的减速等实际上是三个元过程相互作用的结果.

用线性增长模型来描述萌生裂纹数随载荷循环数量的变化

$$n_i = k(N_i - N_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots \tag{1}$$

式中  $N_i$ 、 $n_i$  分别为从首次(第 0 次, 循环数  $N_0$ )观察到试样表面有若干条( $n_0$ )裂纹萌生算起的第  $i$  次实验观察时的载荷循环数和萌生裂纹数,  $k$  为与材料特性及载荷有关的系数. 新萌生的裂纹的位置、大小及方向在一定范围内随机分布. 这里假设:

- (1) 裂纹萌生位置  $(x_0, y_0)$  (指裂纹中心坐标)在整个仿真区域内服从均匀随机分布;
- (2) 裂纹线方向角即裂纹线与  $X$  轴的夹角  $\theta$  在  $[-45^\circ, 45^\circ]$  上服从均匀随机分布;
- (3) 裂纹半长  $a$  在  $[0, \eta_1]$  ( $1 \geq \eta > 0$ ) 上服从均匀随机分布. 设裂纹方向线与所在晶粒的晶界交点为  $P(x, y)$ , 则  $d_i$  为点  $P$  与点  $(x_0, y_0)$  之间距离的最短者;
- (4) 若裂纹位置  $(x_0, y_0)$  正好落在晶界上, 则将  $(x_0, y_0)$  取为该裂纹的左裂尖坐标  $(x_L, y_L)$ .

作为元过程的疲劳裂纹扩展应是不考虑任何影响因素如晶界、相界等情况下的裂纹扩展, 如果裂纹萌生于晶内, 且未跨越晶界之前, 其扩展行为可能与元过程的相当. 根据实验结果, 当裂纹很小时, 疲劳裂纹扩展速率与裂纹长度成正比<sup>[1]</sup>

$$da/dN = \beta a \tag{2}$$

式中  $\beta$  为与载荷及材料特性等有关的系数. 另外, 裂纹沿裂尖所在裂纹的裂纹方向线直线扩展.

晶界对裂纹扩展有阻碍作用, 这种阻碍作用应视为对裂纹扩展元过程的影响因素. 据 Navarro 和 Rios<sup>[9]</sup> 的分析, 假定: 当裂尖至晶界距离  $d_i$  小于一定值(如  $d/\beta$ )时, 晶界对裂纹扩展存在阻碍作用, 随  $d_i$  的减小, 阻碍增强. 因此用速率影响系数  $\xi$  来考虑晶界的阻碍作用.

$$\xi = \begin{cases} 1, & d_i > d/\beta \\ (d_i/d)^{C_1} + C_2, & d_i \leq d/\beta \end{cases} \tag{3}$$

式中  $C_1, C_2$  与材料特性、载荷有关.

裂纹连接条件采用卢春生等<sup>[7]</sup> 给出的模型.

如图 1 所示. 两条裂纹连接的条件为

$$\begin{cases} 0 \leq l/\bar{a} \leq L_c \\ |\gamma| \leq \pi/2 \end{cases}$$

式中  $\bar{a} = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)$  为两条裂纹的平均长度,  $l$  为两条裂纹近端之间的距离,  $\gamma$  为两条裂纹连接线与  $X$  轴向的夹角,  $L_c$  为连接阈值, 是与载荷、材料性能相关的参量.

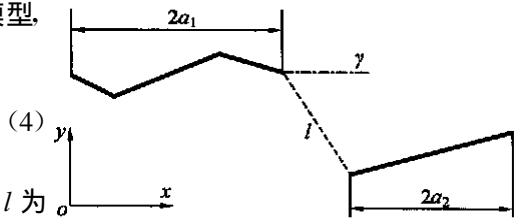


图 1 裂纹连接模型

### 3 数值仿真结果与分析

图 2(a)~(f)示出了一个疲劳裂纹系统样本的演化过程. 可以看出, 在首次萌生裂纹后的初始阶段(图 2(a)、(b)), 微裂纹在空间呈弥散分布, 裂纹大小为晶粒尺度, 几乎无连接现

象. 随着疲劳周次的增加, 一方面裂纹数目增加, 另一方面裂纹跨越晶界扩展, 速率增加, 在某些局部区域出现不同程度的裂纹连接(图 2(c)、(d)), 形成局部较长裂纹. 演化过程继续进行, 直到图 2(e)所示状况之前, 虽然出现更多的局域连接, 但系统仍处于整体稳定状态. 之后, 相距较近的局部较长裂纹之间或与其它裂纹发生串级连接, 形成贯通裂纹, 如图 2(f)所示. 这与实验观察结果是一致的.

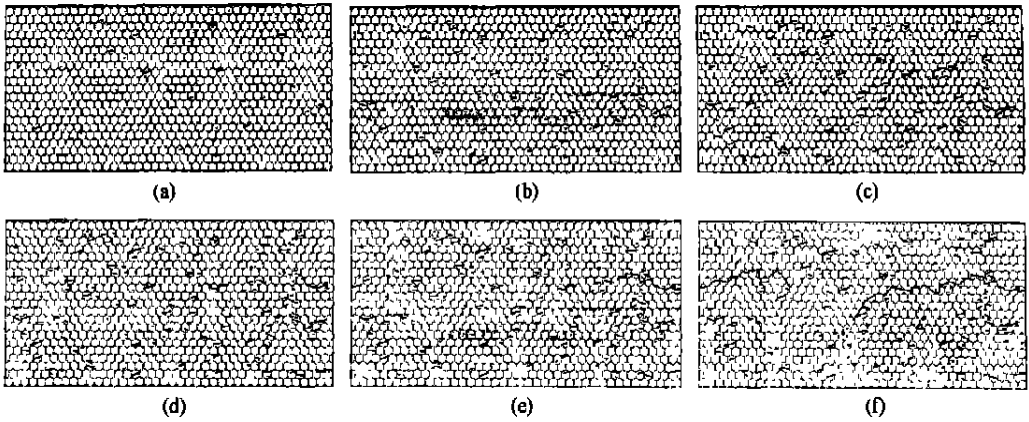


图 2 疲劳裂纹系统演化过程的数值模拟

### 3.1 裂纹演化诱致突变

图 2 所示的疲劳裂纹系统演化过程就是白以龙等<sup>[7,8]</sup>所称的“演化诱致突变”现象. 对于表面无缺陷、受力均匀的理想光滑圆试样, 上述突变或称贯通裂纹的形成将造成试样的破坏. 但对于实际试样, 由于缺陷或受力不均匀, 表面往往有多个裂纹集中区, 每个区内裂纹演化诱致突变, 形成一条局域主裂纹. 局域主裂纹的快速扩展或连接导致试样的破坏. 演化诱致突变与作者定义的疲劳裂纹演化的两个阶段——多裂纹相互作用和局域主裂纹控制阶段是完全对应的<sup>[1]</sup>, 是非线性系统的分岔行为, 是无序向有序的转变. 是疲劳裂纹演化局部化的力学机制.

裂纹演化诱致突变行为是造成材料疲劳过程宏观性能变化的决定性因素. 许多研究<sup>[1,9,10]</sup>表明, 在疲劳裂纹演化过程中, 多裂纹相互作用阶段并不能造成材料宏观性能的明显变化, 因此连续介质损伤力学用材料宏观性能的特征参数来定义或表达疲劳损伤是不太合理的. 突变虽是材料破坏的直接原因, 但应看到, 这种突变乃是疲劳裂纹系统经过长期演化而来的, 故不能人为地将它们割裂开, 应整体、动态地加以研究. 另外, 正是由于裂纹演化导致突变的发生, 任何一项消除疲劳微裂纹或使微裂纹愈合的措施, 对延长材料使用寿命都具有特别重大的实际意义.

### 3.2 疲劳寿命分散性的原因之一——样本的随机性

造成疲劳寿命分散性的原因是多方面的. 但实验研究也表明, 即使试样宏观性能完全相同、加工精度及载荷控制的非常准确的情况下, 其寿命同样具有很大的分散性. 对 210 个样本在相同条件下的疲劳裂纹演化行为的模拟表明, 每个样本在发生突变时的循环次数、贯通裂纹路径分别有很大的差别. 图 3 给出了连接阈值  $L_c = 1.6$  时, 210 个样本突变时刻载荷循环次数的分布情况. 由图 3 可以看出, 样本发生突变时的循环次数(下面称为突变寿命)相当分散, 可近似用正态分布描述, 均值为  $0.928 \times 10^4$ , 两个极限状态突变寿命之比为 3.273. 对

应两个极限状态的贯通裂纹路径如图 4(a)、(b) 所示。

样本的随机性经演化、放大是造成上述突变寿命分散性的根本原因。而样本的随机性正体现了由于实际多晶材料中各晶粒滑移系统、二相粒子、微缺陷等分布的微小差别而造成的裂纹萌生位置、大小及方向的随机性，因此，材料微观结构的差别是各试样疲劳寿命分散性主要贡献之一。大量实验结果也证实了这一点。

样本的随机性经演化造成另一个结果就是裂纹扩展速率的分散性，这是由于裂纹路径的差别和随机性造成的。仿真结果表明，不同样本的贯通裂纹路径绝不相同，即使突变寿命相同或相近。实验测量时，裂纹扩展速率是对主裂纹而言的。用复型法测量纹扩展速率时，往往采用逆序方法确定主裂纹或局域主裂纹，然后沿裂纹路径测量其扩展速率。实验中的主裂纹就是这里的贯通裂纹，贯通裂纹是一些小裂纹扩展、连接而成，不同位置的小裂纹具有不同的扩展速率。因此，不同试样扩展速率具有很大的分散性，特别在短裂纹阶段更是如此。

材料的疲劳破坏具有灾变性，用目前的方法难以预测。从图 4(a)可看出，当裂纹分布比较均匀，位向不利于连接时，裂纹密度可以很大的(该样本为 273 条)，突变寿命可以很长。反之(图 4(b)的裂纹数为 92)，突变寿命很短。用单一参数如裂纹密度、裂纹长度等难以描述清楚突变时的临界条件。将局域裂纹密度、裂纹大小、相对位向等统一考虑，结合非线性动力学分析和处理问题的方法也许是一条可行的途径。

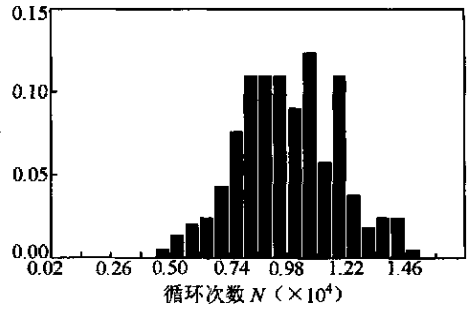
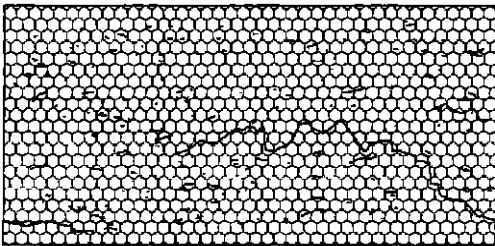
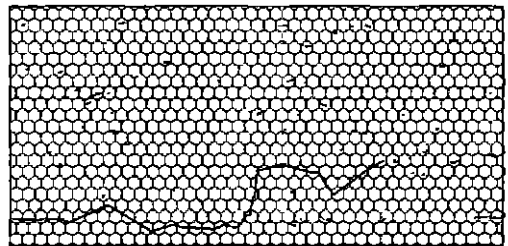


图 3 样本突变时循环次数的分布情况



(a)  $N=14400, n=273$



(b)  $N=4400, n=92$

图 4 两个极限状态下的裂纹路径

### 3.3 疲劳寿命分散性的原因之二——系统对微扰的敏感性

疲劳裂纹系统演化对裂纹初始位形、外界微扰的敏感性的研究有助于更深刻地理解和把握疲劳寿命的分散性。由于实际材料内部结构本身的分散性，实验方法无法认识和分析此特性。白以龙等<sup>[1]</sup>用一维链斑图动力学演化模型分析了材料破坏对初始位形的敏感性，表明初始位形极微小差异可能导致终态出现显著差异。洪友士等<sup>[5]</sup>对疲劳短裂纹的演化进行了数值模拟，指出由短裂纹损伤发展导致破坏是一种位形敏感的过程。但是，由于样本的裂纹位置、大小及方向的随机性，在裂纹演化过程中，它们相互作用，造成寿命的分散性是必然的；仅仅通过对大量样本的模拟，就象用大量的试样做实验一样，难以弄清裂纹位形的真正

作用. 一个样本就象一个试样, 在疲劳裂纹演化过程中, 虽然裂纹大小、位置及方向的按随机方式分布, 但却是一个确定性系统. 可以反复对一个样本进行数值实验, 每次给裂纹的初始位形或某局部位形以微小的扰动, 观察系统的演化行为, 并与无扰动情况对比以确定系统对裂纹位形的敏感程度. 这对于实际实验是无法做到的.

对一个样本 (产生随机数的种子  $Seed_0=921513794$ ,  $L_c=1.6$ ), 分别就初始裂纹的大小、位置及方向的微小变化进行了多次反复的数值实验. 结果表明, 疲劳裂纹系统的演化对裂纹的初始位形确实有很强的敏感性.

上述敏感性的表现之一就是初始位形的微小扰动造成裂纹路径的巨大差别. 图 5 (a)、(b) 分别给出了该样本初始裂纹位置的微小扰动前、后的贯通裂纹路径 (即系统演化的终态). 可见初始位置 ( $X$  坐标) 的微小差别造成裂纹路径完全不同, 而且, 数值模拟表明, 随着微小扰动量递增或递减, 贯通裂纹路径无规律可循, 呈现随机特性. 对初始裂纹大小和方向的数值实验, 也表现出类似的特性.

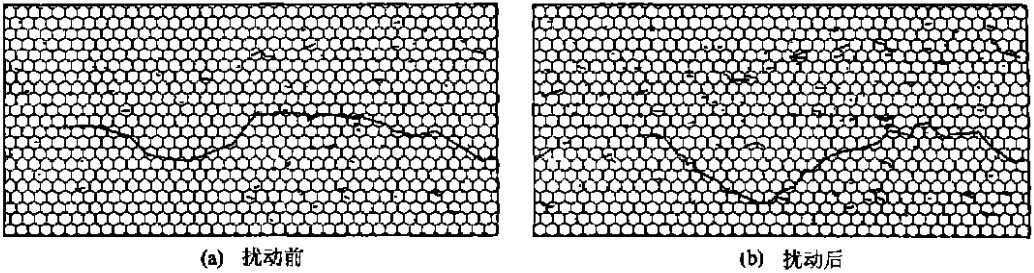


图 5 对初始裂纹的  $X$  坐标作  $0.6d$  扰动前后的裂纹路径

敏感性的另一个表现是位形的微小扰动造成系统突变寿命的巨大差别. 图 6 (a)、(b)、(c) 分别为初始裂纹位置 ( $X$  坐标)、大小及方向的微小扰动对系统演化突变寿命的影响, 虚线表示系统未受扰动时的突变寿命, 三者的影响有所不同, 但它们具有共同的特点, 就是微小扰动给突变寿命带来很大的差别; 特别是初始位置的影响, 随着  $X$  坐标扰动量的递增, 突变寿命表现出随机性.

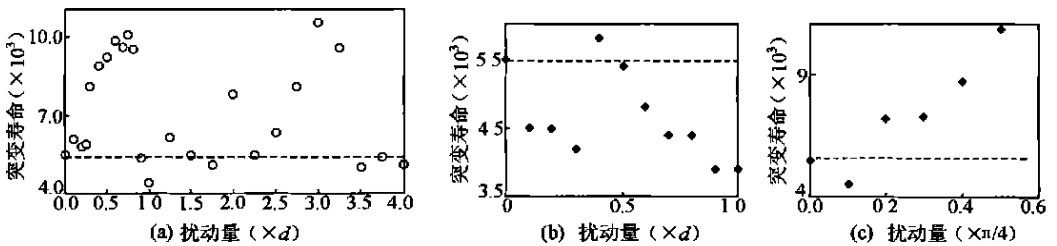


图 6 初始裂纹位置、大小及方向受微扰后寿命的变化

上述贯通裂纹路径和突变寿命的随机性是确定性系统受确定性的微小扰动经过演化而产生的, 这与前面所说的样本的随机性完全不同, 是系统内在的、确定性的随机行为. 由于系统对裂纹位形具有很强的敏感性, 裂纹位形的微小扰动在系统演化过程中被强烈放大, 从而

造成了演化结果的巨大差异.

系统对裂纹初始位形的敏感性是材料疲劳破坏随机性、疲劳寿命分散性的根本原因. 如果把样本随机性看作是造成疲劳寿命分散性的外因的话, 系统对裂纹初始位形的敏感性就是内因. 没有内因的作用, 材料疲劳寿命不可能有如此大的分散性.

## 4 结论

通过数值仿真, 得出以下结论:

(1) 疲劳裂纹系统的演化是由无序向有序转化的过程, 演化诱致突变. 这一过程与材料疲劳实验观察到的多裂纹相互作用阶段、局域主裂纹控制阶段是对应的, 演化过程材料的宏观性能没有显著的变化, 有序化是引起材料宏观性能突变的根本原因. 演化和突变是疲劳裂纹系统动力学过程的不同表现.

(2) 疲劳裂纹系统的演化终态有很大的分散性, 主要表现为裂纹路径的随机性和突变寿命的分散性. 样本的随机性是造成分散性的外因, 系统对裂纹位形的敏感性是内因.

(3) 突变和演化终态的随机性特征使得材料的疲劳破坏具有灾变性和不可预料性. 试图通过测量结构宏观性能的变化来预测疲劳损伤过程发展可能是非常困难的.

## 参 考 文 献

- 1 孙道恒. 低周疲劳裂纹演化的实验研究与数值模拟. 成都: 西南交通大学博士后研究报告, 1999
- 2 Kitagawa H, Fujita T, Miyazawa K. Small randomly distributed cracks in corrosion fatigue. *ASTM STP 642*, 1978, 98 ~ 114
- 3 Suh C M, Lee J J, Kang Y G, Ahn H J, Woo B C. A simulation of the fatigue crack process in type 304 stainless steel at 538 °C. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 1992, 15: 671 ~ 684
- 4 Hoshida T, Kusaura K. Life prediction by simulation of crack growth in notched components with different microstructures and under multiaxial fatigue. *Fatigue Fract Engng Mater Struct.* 1998, 21: 201 ~ 213
- 5 洪友士, 顾子晏, 方飙. 疲劳短裂纹的损伤特征和计算机模拟. *机械强度*, 1995, 17(3): 88 ~ 93
- 6 Navaro A, de los Rios E R. *Fatigue Fract Engng mater Struct.* 1987, 10: 169 ~ 186
- 7 卢春生, 柯孚久, 白以龙, 夏蒙禁. 演化诱致突变的计算机模拟. *中国科学, A*, 1995, 25(1): 54 ~ 60
- 8 白以龙, 夏蒙禁, 柯孚久. 演化诱致突变. *现代力学与科技进步论文集*. 北京: 清华大学出版社, 1997, 78 ~ 84
- 9 吴志学. 中碳结构钢疲劳损伤过程及短裂纹行为研究. 沈阳: 东北大学博士学位论文, 1996
- 10 Shen L T, Bai Y L, Zhao S D. Experiment study of spill damage in an aluminum alloy. In: *Proc of Int Symp on Intense Dynamic Loading and Its Effect*. Beijing Science Press, 1986, 753 ~ 758
- 11 白以龙, 柯孚久, 夏蒙禁. 损伤断裂的确定性随机行为和对初始位形的敏感性. *科学通报*, 1994, 33: 892 ~ 895

# NUMERICAL SIMULATION ON THE SMOOTH SURFACE'S FATIGUE CRACKS EVOLUTION

Sun Daohen

(*Department of Electromechanical Engineering, Xiamen University, Xiamen, 361005*)

Sun Xunfang     Liu Xianbin     Jin Yao

(*Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, 610031*)

**Abstract** There are abundant characteristics of non-linear behavior included in the Fatigue Cracks System(FCS). The numerical simulation of the FCS evolution on the round smooth surface is done considered the elementary processes such as crack initiation, crack propagation, coalescence and the effect of grain boundary. And it's shown that the evolution of the FCS is a transition process from disorder to order, evolution induces catastrophe. The simulation result is agreement with the experimental investigation. The final state of the fatigue cracks evolution is largely scatter that represented as random crack path and life scatter. The random of material sample is the external reason, while the sensitivity to the crack's site and direction is the essential one that result in the scatter above mentioned.

**Key words** fatigue crack, non-linearity, numerical simulation