短 文

两资产亚式彩虹期权的定价研究[1]

彭 斌
(厦门大学工商管理博士后流动站, 福建 厦门 361005)

摘要: 研究一种奇异路径依赖型期权——两资产亚式彩虹期权的定价问题. 基于 Black-Scholes 期权定价模型的假设条件, 利用无套利原理, 构建了反映两资产亚式彩虹期权路径依赖特征的多因素定价模型. 并结合边界条件, 推导了基于两个标的资产的几何亚式彩虹期权的解析定价公式, 借助它运用蒙特卡罗模拟法中减少变量技术对两资产算术亚式彩虹期权定价, 得到了该期权更精确的估计值.

关键词: Black-Scholes 期权定价模型; 两资产亚式彩虹期权; 减少变量技术
中图分类号: F830.9 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2007)04-0443-06

Study on two-asset Asian rainbow options pricing

PENG Bin
(Postdoctoral Scientific Research of Business Administration, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper studies the pricing of a kind of exotic path-dependent options, i.e. two-asset Asian Rainbow options. On the basis of the hypotheses of the Black-Scholes option pricing model, using the arbitrage-free principle, we construct the multi-factors pricing model which corresponds to the path-dependent characteristic of Asian Rainbow options on two assets. With the boundary conditions, we derive the analytic pricing formula of the two-asset geometric Asian rainbow options. With the help of the above analytic solutions, we further use the variate reduction technique in the Monte Carlo simulation to evaluate the arithmetic Asian rainbow options with two-asset and obtain accurately simulated option price.

Key words: Black-Scholes option pricing model; two-asset Asian rainbow options; variate reduction technique

0 引 言

Black-Scholes 期权定价模型[1]对于由欧式、美式等标准期权变化、组合、派生而出的奇异期权定价问题研究具有重要的指导意义.

目前, 奇异期权(如亚式期权和彩虹期权) 在场外市场变得越来越流行, Kenna 等[2]假定在单个标的资产情况下, 借助几何亚式期权解析解, 采用蒙特卡罗模拟法中减小变量技术[3]得到了算术亚式期权问题较好答案. 此后, 一些学者对亚式期权进行扩展提出了基于两标的资产算术亚式期权定价的数值方法, Dah1 等[4]利用奇异值分解法得到了基于一资产组合亚式期权的价格, Deelstra 等[5]用同风险理论得到了两资产亚式期权价格的上下限, 但它们不能给出期权价格估计值的标准误差, 无法衡量估计结果的质量. 而蒙特卡罗模拟法可以弥补这个缺陷, 在多个变量时蒙特卡罗模拟运算是有效率的, 引入减小变量技术进一步改

1 收稿日期: 2004-03-19; 修订日期: 2007-05-08.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970115)

进了其估计的准确性. 关于彩虹期权的定价, Stulz[6]从自融资策略出发, 得到了一个偏微分方程, 解此方程得到了基于两种色彩标的资产最小或最大值欧式期权价格的解析公式, 这为获得基于两标的资产期权价格的解析解提供了较理想的解答.

假定在两个标的资产情况下, 结合亚式期权和彩虹期权特征, 构造了一种奇异期权——两资产亚式彩虹期权, 它在对冲风险能力方面比较适当, 主要可通过对具有随机价格的两个可互相替代的原产品的选择来对冲生产成本风险, 通过对具有随机价格的原产品和产出品的选择来对冲利润风险, 是满足许多不同类型公司如跨国公司金融管理需要, 增强公司竞争力和完善金融市场的有利工具. 鉴于此, 文章中将亚式期权和彩虹期权定价方法进行扩展, 研究该奇异期权定价求解问题. 尤其是采用 Stulz 的定价思路, 导出了两资产几何亚式彩虹期权的解析定价公式, 在此基础上将蒙特卡罗模拟法中减少变量技术用来评价两资产算术亚式彩虹期权, 数值模拟结果表明其准确性相当高.

1 两资产亚式彩虹期权定价模型

两资产亚式彩虹期权实质上是由标准亚式期权和彩虹期权组合、派生出的一种金融衍生产品, 其到期收益取决于两个标的资产在合约有效期内某段时间的平均价格基础上的最小或最大值, 按平均类型可分为: 基于两种色彩标的资产几何平均最小或最大值的亚式彩虹期权和基于两种色彩标的资产算术平均最小或最大值的亚式彩虹期权, 本文从最小值两资产亚式彩虹期权入手, 对这类奇异期权定价求解问题进行研究.

为推导两资产亚式彩虹期权定价模型, 假设有一个可交易证券, 其价值决定于2种色彩标的资产价格, 其他假设条件与 Black-Scholes 期权定价模型的假设条件相同.

令 V 是决定于2种色彩标的资产价格 s_1, s_2 及其移动路径 I_1, I_2 和时间 t 的亚式彩虹期权价格, s_1, s_2 满足以下随机微分方程:

$$\mathrm{d}s_i(t) = \mu_i s_i(t)\mathrm{d}t + \sigma_i s_i(t)\mathrm{d}w_i(t);\ i = 1, 2 \tag{1}$$

式中: μ_i 和 σ_i 分别为 $s_i(i = 1, 2)$ 预期收益率和波动率, $w_1(t)$, $w_2(t)$ 是相关系数为 ρ 的两个标准的维纳过程.

引入路径因子

$$I_i(t) = \int_0^t f(s_i(\tau), \tau)\mathrm{d}\tau;\ i = 1, 2 \tag{2}$$

由此, 利用多维随机过程的 Ito 公式[7, 8], 综合文献[2, 6]中随机过程复合函数求微分的方法, 对于 $V = V(s_1, s_2, I_1, I_2, t)$ 满足如下的随机过程:

$$\begin{aligned}\mathrm{d}V = {} & \Big[\frac{\partial V}{\partial t} + f(s_1, t)\frac{\partial V}{\partial I_1} + f(s_2, t)\frac{\partial V}{\partial I_2} + \\ & \frac{1}{2}\sigma_1^2 s_1^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_1^2} + \sigma_1\sigma_2 s_1 s_2\rho\frac{\partial^2 V}{\partial s_1\partial s_2} + \\ & \frac{1}{2}\sigma_2^2 s_2^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_2^2} + \mu_1 s_1\frac{\partial V}{\partial s_1} + \mu_2 s_2\frac{\partial V}{\partial s_2}\Big]\mathrm{d}t + \\ & \sigma_1 s_1\frac{\partial V}{\partial s_1}\mathrm{d}w_1(t) + \sigma_2 s_2\frac{\partial V}{\partial s_2}\mathrm{d}w_2(t)\end{aligned} \tag{3}$$

构造无风险套期保值资产组合

$$\Pi = V - \frac{\partial V}{\partial s_1}s_1 - \frac{\partial V}{\partial s_2}s_2 \tag{4}$$

利用无套利原理可得

$$\begin{aligned}& \frac{\partial V}{\partial t} + f(s_1, t)\frac{\partial V}{\partial I_1} + f(s_2, t)\frac{\partial V}{\partial I_2} + \\ & \frac{1}{2}\sigma_1^2 s_1^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_1^2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 s_2^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_2^2} + \\ & \sigma_1\sigma_2 s_1 s_2\rho\frac{\partial^2 V}{\partial s_1\partial s_2} + \\ & rs_1\frac{\partial V}{\partial s_1} + rs_2\frac{\partial V}{\partial s_2} = rV\end{aligned} \tag{5}$$

上式即为基于两种色彩标的资产的亚式彩虹期权定价模型.

对于两资产几何亚式彩虹期权, 令路径因子, $I_i^G(t) = \int_0^t \ln s_i(\tau)\mathrm{d}\tau$, 则在 $[0, t]$ 上的几何均值可表示为

$$G_{i(A)} = \mathrm{e}^{I_i^G(t)/t};\ i = 1, 2$$

根据方程(5), 可得到两资产几何亚式彩虹期权定价模型

$$\begin{aligned}& \frac{\partial V}{\partial t} + \ln s_1\frac{\partial V}{\partial I_1} + \ln s_2\frac{\partial V}{\partial I_2} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 s_1^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_1^2} + \\ & \frac{1}{2}\sigma_2^2 s_2^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_2^2} + \sigma_1\sigma_2 s_1 s_2\rho\frac{\partial^2 V}{\partial s_1\partial s_2} + \\ & rs_1\frac{\partial V}{\partial s_1} + rs_2\frac{\partial V}{\partial s_2} = rV\end{aligned} \tag{6}$$

对于两资产算术亚式彩虹期权, 令路径因子 $I_i^A(t) = \int_0^t s_i(\tau)\,d\tau$, 则在 $[0, t]$ 上的算术均值可表示为

$$A_i(t) = I_i^A(t)/t;\ i = 1,\ 2$$

根据方程(5), 可得到两资产算术亚式彩虹期权定价模型

$$\frac{\partial V}{\partial t} + s_1\frac{\partial V}{\partial I_1} + s_2\frac{\partial V}{\partial I_2} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 s_1^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_1^2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 s_2^2\frac{\partial^2 V}{\partial s_2^2} + \sigma_1\sigma_2 s_1 s_2\rho\frac{\partial^2 V}{\partial s_1\partial s_2} + rs_1\frac{\partial V}{\partial s_1} + rs_2\frac{\partial V}{\partial s_2} = rV \tag{7}$$

2　两资产几何亚式彩虹期权的解析定价公式

以看涨期权为例, 基于两种色彩标的资产几何平均最小值亚式彩虹期权边界条件为

$$GV_{\min}(G_1, G_2, T) = \max(\min(G_1(T), G_2(T)) - K,\ 0) \tag{8}$$

其中: K 为期权执行价格.

为了采用文献[6] 的研究结果, 以下结合边界条件(8), 根据PDE 方法[9], 通过一系列变量代换对两资产几何亚式彩虹期权定价模型(6) 进行求解, 从而导出了基于两种色彩标的资产几何平均最小值的亚式彩虹期权的解析定价公式, 其最大值的情形可对文献[6] 中最小最大值彩虹期权平价公式简单进行扩展得到.

首先令

$$z_i = \xi_i + \left(r - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)(T - t)^2/2T,\quad i = 1,\ 2 \tag{9}$$

$$V(s_1, s_2, I_1, I_2, t) = e^{-r(T-t)}W(z_1, z_2, t) \tag{10}$$

式中: $\xi_i = I_i/T + (T - t)\ln s_i/T$

从而方程(6) 转变为

$$\frac{(T-t)^2}{T^2}\left[\frac{1}{2}\sigma_1^2\frac{\partial^2 W}{\partial z_1^2} + \sigma_1\sigma_2\rho\frac{\partial^2 W}{\partial z_1\partial z_2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2\frac{\partial^2 W}{\partial z_2^2}\right] + \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \tag{11}$$

并且由式(8) 得到边界条件

$$W(z_1, z_2, T) = \max(\min(e^{z_1}, e^{z_2}) - K,\ 0) \tag{12}$$

为得到方程(11) 的解, 进一步令

$$\tau = (T - t)^3/3T^2 \tag{13}$$

$$x_i = e^{z_i - \left(r - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)\tau} \tag{14}$$

$$W(z_1, z_2, \tau) = e^{r\tau}F(x_1, x_2, \tau) \tag{15}$$

进而方程(11) 转化为古典的二维扩散方程

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 x_1^2\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 x_2^2\frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} + \sigma_1\sigma_2 x_1 x_2\rho\frac{\partial^2 F}{\partial x_1\partial x_2} + rx_1\frac{\partial F}{\partial x_1} + rx_2\frac{\partial F}{\partial x_2} = rF \tag{16}$$

边界条件(12) 转变为

$$F(x_1, x_2, 0) = \max[\min(x_1, x_2) - K,\ 0] \tag{17}$$

结合式(16), 式(17) 利用文献[6] 中的结果得到

$$F(x_1, x_2, \tau) = x_1N_2(d_1, d_3, \rho_1) + x_2N_2(d_2, d_3 - \sigma\sqrt{\tau}, \rho_2) - Ke^{-r\tau}N_2(d_1 - \sigma_1\sqrt{\tau}, d_2 - \sigma_2\sqrt{\tau}, \rho) \tag{18}$$

$N_2(\alpha, \beta, \theta)$ 表示积分上限为 α, β 相关系数为 θ 的二维标准正态分布函数.

其中: $d_i = \dfrac{\ln(x_i/K) + (r + \sigma_i^2/2)\tau}{\sigma_i\sqrt{\tau}};\ i = 1, 2,$

$$d_3 = \frac{\ln(x_2/x_1) - \sigma^2\tau/2}{\sigma\sqrt{\tau}},\ \rho_1 = \frac{\rho\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma}$$

$$\rho_2 = \frac{\rho\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma},\ \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

最后由变换式(13)—(15) 以及式(9), 式(10), 回到原变量(s_1, s_2, I_1, I_2, t) 以及函数 V, 从而得到基于两种色彩标的资产几何平均最小值的亚式彩虹期权的解析定价公式

$$V(s_1, s_2, I_1, I_2, t) = \hat{s}_1N_2(\hat{d}_1, \hat{d}_3, \hat{\rho}_1) + \hat{s}_2N_2(\hat{d}_2, \hat{d}_3 - \hat{\sigma}\sqrt{T - t}, \hat{\rho}_2) - Ke^{-r\tau} \times N_2(\hat{d}_1 - \hat{\sigma}_1\sqrt{T - t}, \hat{d}_2 - \hat{\sigma}_2\sqrt{T - t}, \rho) \tag{19}$$

其中:

$$\hat{d}_i = \frac{\ln(\hat{s}_i/K) + (r + \hat{\sigma}_i^2/2)(T - t)}{\hat{\sigma}_i\sqrt{T - t}};\ i = 1, 2$$

$$\hat{d}_3 = \frac{\ln(\hat{s}_2/\hat{s}_1) - \hat{\sigma}^2(T - t)/2}{\hat{\sigma}\sqrt{T - t}}$$

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\rho\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}}$$

$$\hat{\rho}_2 = \frac{\rho\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2}{\hat{\sigma}},\ \hat{\sigma}_i = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \times \frac{T - t}{T}$$

$$\sigma = \frac{T-t}{T}\sqrt{(\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\rho\sigma_1\sigma_2)/3}$$

$$\hat{s}_i = s_i^{(T-t)/T}\exp\left[\frac{I_i}{T}-\frac{r(T+t)}{2T}-\frac{\sigma_i^2(T-t)}{4T}+\frac{\sigma_i^2(T-t)^2}{6T^2}\right]$$

设 $GV_{max}(s_1, s_2, I_1, I_2, t)$ 是基于两种色彩标的资产几何平均最大值的几何亚式彩虹期权的价格, 同样以看涨期权为例, 其边界条件满足

$$GV_{max}(G_1, G_2, T) = \max(\max(G_1(T), G_2(T)) - K, 0) \quad (20)$$

对文献[6] 中最小最大值彩虹期权平价公式简单进行扩展得到最小最大值两资产几何亚式彩虹期权的平价公式为

$$GV_{max}(s_1, s_2, I_1, I_2, t) = V(s_1, I_1, t) + V(s_2, I_2, t) - V(s_1, s_2, I_1, I_2, t) \quad (21)$$

其中: $V(s_1, I_1, t)$ 和 $V(s_2, I_2, t)$ 是基于标的资产1和标的资产2的几何亚式期权的价格, 算术平均类型的这类期权的平价关系也类似可得.

3 两资产算术亚式彩虹期权定价的蒙特卡罗模拟

同样以看涨期权为例, 基于两种色彩标的资产算术平均最小值的亚式彩虹期权的边界条件可描述为

$$AV_{min}(A_1, A_2, T) = \max(\min(A_1(T), A_2(T)) - K, 0) \quad (22)$$

由于算术均值不满足Ito过程, 所以利用方程(7) 很难求出其解析解, 在此提出一种离散方法——蒙特卡罗模拟法来求解两资产算术亚式彩虹期权定价问题. 由文献[3] 可知: 执行模拟方法的一个重要问题是得到更精确的期权价格估计值. 为此在模拟方法中必须采用减少变量技术.

几何均值不但可用作算术平均评估的下限, 而且可用作减少变量技术中的控制变量; 因此运用蒙特卡罗模拟方法对两资产算术亚式彩虹期权定价时, 两资产几何亚式彩虹期权的解析定价公式是必不可少, 因为这个公式在减少变量技术中起着综合的作用(参见文献[2]).

为了进行模拟, 对算术均值 A_i 进行离散近似处理

$$A_i(T) = \sum_{j=1}^{n}\frac{s_i(T_j)}{n} \quad (23)$$

其中: $T_j = j \times (T/n)$

结合边界条件(24) 利用风险中性定价原理, 其价格可描述如下:

$$AV_{min}(s_1, s_2, 0, T) = e^{-rT}E_Q[\max(\min(A_1(T), A_2(T)) - K, 0)] \quad (24)$$

式中: E_Q 为风险中性世界中的期望.

根据文献[10] 中的结果可知: 随机微分方程(1) 的解为

$$s_i(T_n) = s_i(T_0)\exp\{(\mu_i - 0.5\sigma^2)(T_n - T_0) + \sigma_i^2(w_i(T_n) - w_i(T_0))\} \quad (25)$$

假设 T_0 为当前时刻 $T_0 = 0$, T_j 为标的资产观察取样的时刻 $T_j = T_0 + j \times \Delta T (j = 1, 2, \cdots, n)$, $\Delta T = (T_n - T_0)/n$ 为两次观察取样的时间间隔, $T_n = T$ 为到期时刻.

令

$$R_i(T_j) = \ln[s_i(T_j)/s_i(T_{j-1})] \quad (26)$$

由式(27) 容易得出

$$R_i(T_j) = (\mu_i - 0.5\sigma^2)(T_j - T_{j-1}) + \sigma_i[w_i(T_j) - w_i(T_{j-1})] \sim N([\mu_i - 0.5\sigma_i^2]T/n, \sigma_i^2T/n)(i = 1, 2)$$

其中: $N(m, \upsilon)$ 表示均值为 m, 方差为 υ 的正态分布.

在风险中性概率测度下, 用无风险利率 r 代替标的资产期望收益率 $\mu_i (i = 1, 2)$, 从而 $[R_1(T_j), R_2(T_j)]$ 是二维正态分布的, 均值为 $(r - 0.5\sigma_i^2)T/n$, 方差为 σ_i^2T/n, $i = 1, 2$, 相关系数为 ρ. 这样通过以下过程产生随机成对序列 $[s_1(T_1), s_2(T_1)], \cdots, [s_1(T_n), s_2(T_n)]$.

$$\ln s_1(T_j) = \ln s_1(T_{j-1}) + (r - 0.5\sigma_1^2)T/n + (\sigma_1^2T/n)^{1/2}x_j \quad (27)$$

$$\ln s_2(T_j) = \ln s_2(T_{j-1}) + (r - 0.5\sigma_2^2)T/n + (\sigma_2^2T/n)^{1/2}y_j \quad (28)$$

其中: (x_j, y_j) 服从标准二维正态分布相关系数为 ρ, 故 $(x_1, y_1), \cdots, (x_n, y_n)$ 由一个二维序列组成, 它们是从标准正态分布中抽取的独立样本.

假设共进行 M 次模拟运算, 每次模拟运算可以得出二维序列的样本终值并且模拟期权价格可

计算如下：

$$Z(T) = e^{-rT}\max(\min(A_1(T), A_2(T)) - K, 0) \quad (29)$$

结果经过 M 次模拟运算，$Z(T)$ 的均值即 $E(Z(T))$ 就是基于两种色彩标的资产算术平均价格最小值两资产算术亚式彩虹期权价格的模拟估计值.

为了把减少变量技术运用于 $AV_{\min}(s_1, s_2, 0, T)$，选择到期收益满足式(8)的两资产几何亚式彩虹期权每次模拟价格 $W(T)$ 作为控制变量，记为

$$W(T) = e^{-rT}\max(\min(G_1(T), G_2(T)) - K, 0) \quad (30)$$

式中：$G_i(T)$ 为 G_i 离散近似化结果

$$G_i(T) = \left[\prod_{j=1}^{n} s_i(T_j)\right]^{1/n} \quad (31)$$

同理经过 M 次模拟运算，可得到基于两种色彩标的资产几何平均最小值的亚式彩虹期权价格的模拟估计值 $E(W(T))$，该期权的解析定价公式已经由式(19)给出.

执行模拟运算以得到 $E(Z(T) - W(T))$ 的估计值，因为 $Z(T)$ 和 $W(T)$ 是密切相关的随机变量，它们在一次控制很好的模拟测试中发生的估计误差非常类似，结果 $E(Z(T) - W(T))$ 只存在非常小的估计误差. 故用下式可以得到一个对基于两种色彩标的资产算术平均最小值的亚式彩虹期权价格的更精确的估值

$$AV^*_{\min} = E[Z(T) - W(T)] + V \quad (32)$$

其中：V 是已知的基于两种色彩标的资产几何平均最小值的亚式彩虹期权价格的解析解.

至于基于两种色彩标的资产算术平均最大值的亚式彩虹期权边界条件满足 $\max(\max(A_1(T), A_2(T)) - K, 0)$ 的定值可通过其与最小值情形下算术亚式彩虹期权的平价关系得到.

表 1 列出了利用前面描述的在蒙特卡罗模拟法中采用减少变量技术计算基于两种色彩标的资产算术平均最小值的亚式彩虹期权的例子. 表的焦点在于验证减少变量技术的有效性和精确性. 期权合同当前开始且平均期为整个到期时区，两种标的资产的初始价格 s_1，s_2 均为 40 美元/股，期权有效期为 4 个月，即 $T - t = 1/3$，无风险利率为 $r = 0.03$，标的资产价格 s_1 的波动率 σ_1 分别为 0.2，0.3，标的资产价格 s_2 的波动率 σ_2 分别为 0.3，0.4，相关系数 ρ 为 -0.3，0.5，执行价格 K 分别为 35，40，45，模拟运算执行次数为 10 000，时步长 $n = 88$.

表 1　两资产算术亚式彩虹期权价格的评估结果

σ_1	σ_2	K	未采用减少变量技术		采用减少变量技术	
			AV	AV 标准差	AV^*	AV^* 标准差
$\rho = -0.3$						
0.2	0.3	35	3.123 51	0.021 34	3.141 99	0.000 50
		40	0.254 36	0.006 91	0.260 12	0.000 26
		45	0.000 81	0.000 35	0.000 83	0.000 04
0.3	0.4	35	2.671 54	0.025 48	2.645 03	0.000 79
		40	0.339 72	0.009 68	0.340 43	0.000 51
		45	0.010 85	0.001 61	0.009 91	0.000 23
$\rho = 0.5$						
0.2	0.3	35	3.884 84	0.026 96	3.889 82	0.000 51
		40	0.668 47	0.013 03	0.666 65	0.000 41
		45	0.022 94	0.002 35	0.022 83	0.000 22
0.3	0.4	35	3.709 14	0.033 88	3.686 33	0.000 93
		40	0.914 22	0.018 97	0.917 06	0.000 82
		45	0.113 02	0.006 55	0.113 77	0.000 63

从表 1 可以看出：通过在蒙特卡罗模拟方法中采用减少变量技术对两资产算术亚式彩虹期权定价得到了这种奇异期权价格更精确的估计值. 例如：当参数 $\sigma_1 = 0.2$，$\sigma_2 = 0.3$，$K = 40$，$T - t = 1/3$，$\rho = 0.5$ 时，采用减少变量技术得出的该期权估计值为 0.666 65 美元，估计值的标准差为 0.000 41 远远小于没有采用减少变量技术得出的模拟估计值的标准差 0.013 03.

4　结束语

本文针对一种奇异期权两资产亚式彩虹期权的定价问题进行了分析和研究. 结合边界条件，导出了两资产几何亚式彩虹期权的解析定价公式，然后提出了传统的蒙特卡罗模拟法中采用减少变量技术对算术亚式彩虹期权进行定价，并通过实例分析证实了在减少变量技术中借助两资产几何亚式彩虹期权的解析定价公式可以得到一个对两资产算术亚式彩虹期权价格的更精确的估计值.

参考文献:

[1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(7): 637—654.

[2] Kenna A G Z, Vost A C F. A pricing method for options based on average asset values[J]. Journal of Banking and Finance, 1990, (14): 113—129.

[3] Boyle P, Brodie M, Glasserman P. Monte Carlo method for security pricing[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 1997, (21): 1267—1321.

[4] Dahl L O, Benth F E. Fast evaluation of the Asian basket option by singular value decomposition[J]. Pure Mathematics, 2001, 3(8): 1—30.

[5] Deelstra G, Linev J, Vanmaele M. Bounds for price of arithmetic basket and Asian basket options[J]. Applied Probability Trust, 2002, Nov: 1—21.

[6] Stulz R M. Options on the minimum or maximum of two risky assets: Analysis and applications[J]. Journal of Financial Economics, 1982, (10): 161—185.

[7] John C Hull. Options, Futures and Other Derivatives[M]. New York: Prentice Hall, 2002. 223—226.

[8] Poll Wilmott, Sam Howynne. The Mathematics of Financial Derivatives[M]. England: Cambridge University Press, 1995, 58—67.

[9] 姜礼尚. 期权定价的数学模型和方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. 277—290.

[10] 茅　宁. 期权分析—理论与应用[M]. 南京: 南京大学出版社, 2000. 98—99.

作者简介:

彭　斌(1978—), 女, 湖南衡阳人, 博士后, 研究方向: 财务金融管理理论与方法, Email: pengbin01@hotmail.com.

(上接431页)

[5] Corbett D, Burrow A L. Knowledge reuse in SEED exploiting conceptual graphs[A]. International Conference on Conceptual Graphs[C]. Sydney, 1996. 56—60.

[6] Neuss C, Kent R E. Conceptual analysis of resource meta-information[EB/OL]. http://www.igd.fhf.de/~euss. 1999.

[7] Pasquier N, Bastide Y, Tauoil T, *et al*. Efficient mining of association rules using closed itemset lattices[J]. Information and Systems, 1999, 24(1): 25—46.

[8] Zaki M J, Ho C T. Scalable algorithms for association mining[J]. IEEE Trans Knowledge Data Engineering, 2000, 12(2): 372—390.

[9] Bodat J P. Calcul pratique du treillis de Galois d'une correspondence[J]. Mathe matiques et Sciences Humained, 1986, (96): 31—47.

[10] Nourine L, Raynaud O. A fast algorithm for building lattices[A]. Information Processing Letter, 1999, (71): 199—204.

[11] 谢志鹏, 刘宗田. 概念格的快速渐进式构造算法[J]. 计算机学报, 2002, 25(5): 490—496.

[12] 张　凯, 胡运发, 王　瑜. 基于关联后继树的概念格构造算法[J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(9): 1493—1499.

[13] 张春英, 郭景峰, 刘保相. 基于属性链表的概念格纵横向维护算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(5): 185—187.

[14] 沈夏炯, 韩道军, 刘宗田, 等. 概念格构造算法的改进[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(24): 100—103.

[15] 李　云, 刘宗田, 陈　崚, 等. 基于属性的概念格渐进式生成算法[J]. 小型微型计算机系统, 2004, 25(10): 1768—17671.

[16] Valtchev P, Missaoui R, Lebrun P. A partition-based approach towards constructing Galois (concept) lattices[J]. Discrete Mathematics, 2002, (256): 801—829.

作者简介:

谢　润(1976—), 男, 四川屏山人, 硕士, 讲师, 研究方向: 概念格, 人工智能. Email: xrryun@126.com;

裴　峥(1968—), 男, 内蒙古人, 博士, 教授, 硕士生导师, 研究方向: 逻辑代数, 智能信息处理;

何昌莲(1978—), 女, 四川成都人, 硕士生, 讲师, 研究方向: 数据库, 信息处理.