

结构参数对内可逆卡诺热泵性能的影响*

严子浚 徐玉梅
(厦门大学)

摘要 该文研究一类以理想气体为工质, 曲柄作匀速转动的内可逆活塞式卡诺热泵受有限结构参数的影响, 导出循环的基本优化关系, 并作些有意义的讨论, 获得一些对实际热泵更有指导意义的新结论。

关键词 有限时间热力学 卡诺热泵 结构参数

自有限时间热力学提出以来, 一些学者应用这种新理论研究了传热的不可逆性对热泵性能的影响, 得到了一些重要结论^[1~3]。文献[4, 5]接着研究了除热阻外其它不可逆性的影响, 文献[6]又探讨了一类以理想气体为工质的内可逆卡诺热泵受活塞运动的影响。这些工作都有助于使有限时间热力学理论更有效地应用于实际。本文将进一步研究内可逆活塞式卡诺热泵由于曲柄和连杆的长度以及气缸所能承受的压力等有限而使结构参数有限时热泵的优化性能, 求出其基本优化关系, 并作些有意义的讨论。获得一些对热泵的设计、制造以及运行等都更有指导意义的新结论。

1 热泵模型

考虑一类以理想气体为工质, 工质本身进行可逆卡诺泵热循环的活塞式卡诺热泵, 工质于温度分别为 T_H 和 T_L 的高、低温热源之间, 工质与高、低温热源间存在热阻, 传热系数分别为 α 和 β , 曲柄作匀速转动。按此模型, 可导得热泵的泵热率 Π 与致热系数 ψ 间的关系为^[6]

$$\Pi = \frac{\alpha\alpha\beta}{\alpha\alpha + \beta\beta} \left(\frac{T_L}{1 - \psi^{-1}} - T_H \right) \quad (1)$$

其中 a, b 分别为循环中高、低两等温过程进行的时间与循环周期的比值, 满足如下关系^[6]

$$\frac{1 - \cos 2\pi a + \lambda/4 - (\lambda/4) \cos 4\pi a}{1 - \cos 2\pi b - \lambda/4 + (\lambda/4) \cos 4\pi b} = (1 - \psi^{-1})^\gamma \quad (2)$$

其中 λ 为曲柄长度 l 与连杆长度的比值, $\gamma = (\tau - 1)^{-1}$, 而 τ 为工质的绝热指数。

再考虑结构参数 $\theta = l/l_0$ (其中 l_0 为活塞位于上止点时气缸的容积除以活塞截面积), 并可将其表为^[7]

$$\theta = A / [1 + \cos 2\pi b + \lambda/4 - (\lambda/4) \cos \psi\pi b] \quad (3)$$

收稿日期: 1995-03-18, 修改稿收稿日期: 1995-06-24

第一作者严子浚: 教授, 厦门大学物理系, 厦门 361005

* 国家自然科学基金资助项目

其中 $A = (1 - \psi^{-1})^{-\gamma} - 1$ 。上已指出, 由于种种实际原因, θ 是有限的。现设在实际限制条件下, θ 的最大界限值为 θ_0 , 则有

$$\theta \leq \theta_0 \quad (4)$$

再由式(3), 当 θ 为有限值 θ_0 时, $b < 1/2$ 。这正是文献[6]所指出的, 这时 b 的最大界限值为 b_0 , 小于 $1/2$ 。而式(3)确定了 b_0 与 ψ 、 θ_0 和其它参数间的关系。有了这个关系, 便可在 θ 有限的条件下, 求出热泵循环的基本优化关系, 并应用它讨论热泵的优化性能受结构参数的影响。

2 基本优化关系

当 ψ 给定后, 由式(1)和(2)可知, 在 b 的可能变化区间内, Π 随 α 或 b 的增大而增大。而由式(3)又可知, θ 随 b 的增大而增大。因此, 在给定的 ψ 下, Π 随 θ 的增大而增大。这样, 在式(4)的限制条件下, 取 $\theta = \theta_0$ 较为有利, 可使热泵的供热率 Π 在给定 ψ 下达最大值。而当 $\theta = \theta_0$ 时, 可将式(3)写成

$$\lambda \cos^4 \pi b_0 - (1 + \lambda) \cos^2 \pi b_0 + A / (2\theta_0) = 0 \quad (5)$$

并可解得在实际限制条件下, b 的最大界限值为

$$b_0 = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{\frac{1 + \lambda}{2\lambda} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2A\lambda}{\theta_0(1 + \lambda)^2}} \right]} \quad (6)$$

再由式(2)和(6), 可得这时 α 的最大界限值为

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{\frac{1 + \lambda}{2\lambda} \sqrt{1 - \frac{4B\lambda}{(1 + \lambda)^2}} - \frac{1 - \lambda}{\lambda}} \quad (7)$$

其中 $B = [1 - A / (2\theta_0)] (1 - \psi^{-1})^\gamma$ 。将 α_0 和 b_0 代入式(1), 即得结构参数 θ 有限时热泵的最佳泵热率 Π 与致热系数 ψ 间的关系

$$\Pi = \frac{\alpha_0 \alpha b_0 \beta}{\alpha_0 \alpha + b_0 \beta} \left(\frac{T_L}{1 - \psi^{-1}} - T_H \right) \quad (8)$$

不难证明, 式(8)同时又表示了最佳致热系数 ψ 与泵热率 Π 间的关系, 因而它是这类热泵的基本优化关系。

3 讨论

1、由于 b_0 必须是正实数, 故由式(6)可知, θ_0 应满足

$$\theta_0 > \frac{2A\lambda}{(1 + \lambda)^2} = \frac{2\lambda}{(1 + \lambda)^2} \left[\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^\gamma - 1 \right] > \frac{2\lambda}{(1 + \lambda)^2} \left[\left(\frac{T_H}{T_L} \right)^\gamma - 1 \right] \equiv \theta_c \quad (9)$$

式(9)给 θ_0 一个限制, 即 θ_0 必须大于其低限值 θ_c , 否则热泵循环将无法进行。

另一方面, 由式(9)可知, 由于 θ_0 有限而使得 T_1/T_2 不能任意地大, 应满足

$$\frac{T_1}{T_2} < \left[1 + \frac{(1 + \lambda)^2 \theta_0}{2\lambda} \right]^{-\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)_{\max} \quad (10)$$

其中 $(T_1/T_2)_{\max}$ 表示 T_1/T_2 的最大界限值。

2、当 $\theta_0 \rightarrow \infty$ 时, 由式(6)可知, $b_0 = 1/2$ 。这时式(8)转化为文献[6]所导出的不考虑

结构参数受约束时的基本优化关系

$$\Pi = \alpha \left\{ \frac{2\alpha}{\beta} + \pi \left[\sin^{-1} \sqrt{\frac{1+\lambda - \sqrt{(1+\lambda)^2 - 4\lambda(1-\psi^{-1})^\gamma}}{2\lambda}} \right]^{-1} \right\}^{-1} \left(\frac{T_L}{1-\psi^{-1}} - T_H \right) \quad (11)$$

式(11)对二热源热泵具有普遍指导意义, 它给出曲柄作匀速转动的理想气体卡诺热泵在热阻影响下所可能达到的致热系数和泵热率的最高界限, 即有限时间热力学界限。这种界限比经典热力学界限更为精确和有用, 对实际更有指导意义。有了这种界限, 我们便可清楚地认识到传热的不可逆性以及循环运行的约束条件究竟对热泵的性能会有多大的影响, 从而可为热泵的优化设计和性能改善等提供更多的理论依据。在此基础上, 进一步研究结构参数 θ 或 b 受到约束的影响也是完全必要的, 它有助于将有限时间热力学的结果更直接地应用于实际。

3、当 $\alpha \rightarrow \infty$ 、 $\beta \rightarrow \infty$ 时, 循环是可逆的, 由式(8)可得

$$\psi = T_H / (T_H - T_L) = \psi_c \quad (12)$$

(ψ_c 为卡诺致热系数)。而要实现可逆循环, 自然也需要 $\theta_0 > \theta_c$ 。

4、在一般情况下, α 和 β 都是有限的。由式(8)可知, 当 $\psi = \psi_c$ 时, $\Pi = 0$ 。这清楚地表明了 ψ_c 不能作为实际二热源热泵致热系数的界限, 而有限时间热力学界限对实际更有指导意义。另一方面, 当

$$\psi = [(T_1/T_2)_{\max} - 1]^{-1} \equiv \psi_0 \quad (13)$$

时, 由式(6)和(7)可得 $b_0 = 0$, $a_0 = 0$, 再由式(8)有 $\Pi = 0$ 。这表明在结构参数有限的情况下, 活塞式卡诺热泵的供热率有两个零点, 因而供热率必在某一致热系数 ψ_m 时达最大值 σ_{\max} 。这与结构参数不受限制时的情况是不同的。

由于当 $\psi = \psi_c$ 和 $\psi = \psi_0$ 时 $\Pi = 0$, 因而由式(9)和(10)可知, 若 θ_0 与 θ_c 相差不多, 则泵热率一般较小, 特别当热阻较大(即 α 、 β 较小)时更是如此。所以应尽可能使 θ_0 与 θ_c 有较大的差距。

举个实例, 设 $\lambda = 1/3$, $T_H = 360 \text{ K}$, $T_L = 300 \text{ K}$, $r = 1.4$, 则有 $\theta_c = 0.217$ 。这结果表明了通常使用的热泵, 可以根据其实际需要选取到合适的 θ_0 , 使它运转于较为满意的工作。而本文的结果可供选择合适的 θ_0 时参考。

5、由式(9)可知, θ_0 一般要大于 $A/2$ 。而当 $\theta_0 > A/2$ 时, 由式(6)可知 b_0 随 λ 的增大而增大, 因而 λ 取大些较为有利, 在相同的致热系数下可有较大的泵热率。可见, 分析有限结构参数对热泵性能的影响是很有意义的, 它可更深入细致地了解热泵的各种优化性能。

6、由式(8)可导出其它重要优化关系, 从而可讨论热泵的各种优化性能。例如, 由于循环的熵产率 σ 与泵热率 Π 间的关系为

$$\sigma = \Pi [1/T_H - (1-\psi^{-1})/T_L] \quad (14)$$

故由式(8)可得热泵的最佳致热系数与熵产率间的关系

$$\sigma = \frac{a_0 \alpha b_0 \beta}{a_0 \alpha + b_0 \beta} \left(\sqrt{\frac{1-\psi_c^{-1}}{1-\psi^{-1}}} - \sqrt{\frac{1-\psi^{-1}}{1-\psi_c^{-1}}} \right)^2 \quad (15)$$

式(15)标志了热泵在给定泵热率下所不可避免的最小不可逆损失。有限时间热力学界限之所以比经典热力学界限对实际更有指导意义, 就在于它考虑了这种不可避免的最小不

可逆损失。对热泵进行有限时间热力学分析,主要就是要分析这最小不可逆损失,导出有关性能界限,为热泵的优化设计和性能参数选择等提供新理论依据。而在这种分析中,求出循环的基本优化关系至关重要。对有限结构参数 θ_0 影响的分析,自然也是如此。 θ_0 的有限并不影响基本优化关系的存在,只不过它使基本优化关系的形式有所改变。这是很值得注意的。有些文献对此有所忽视^[7],未能达到应有的分析目的。

参 考 文 献

- [1] Blanchard C H. J Appl Phys, 1980, 51(5): 2471~2472
- [2] 严子浚. 厦门大学学报(自然科学版), 1984, 23(4): 414~419
- [3] 严子浚. 新能源, 1987, 9(6): 42~46
- [4] Yan Z, Chen J. Int J Energy Envir Econ, 1992, 2(1): 63~66
- [5] 陈林根等. 热能动力工程, 1994, 9(2): 121~125
- [6] 严子浚. 科技通报, 1994, 10(2): 97~101
- [7] 李继坤. 太阳能学报, 1994, 15(1): 93~96

THE EFFECT OF CONSTRUCTIONAL PARAMETER ON THE PERFORMANCE OF THE ENDOREVERSIBLE CARNOT HEAT PUMPS

YAN ZIJUN XU YUMEI
(Xiamen University)

Abstract This paper studied the effect of the finite constructional parameter on a class of endoreversible Carnot heat pumps with pistons. We used an ideal gas working substance and the crank linked up with the pump rotated uniformly. The fundamental optimal relation of the pumps was derived, and some significant discussions were made. Some more instructive new conclusions for the real heat pumps were obtained.

Key words finite time thermodynamics. Carnot heat pump, constructional parameter