协整技术建模与局部调整假设

王 美 今

协整是70年代末以后发展起来的建模技术。本文把这一方法应用于中国企业的实际统计数据，建立了长短期相结合的误差校正模型（ECM）；进而论证局部调整模型（M. Ner-love 1985年提出）与该模型理论内涵的某些一致性关系；然后把这两种模型应用于外推预测，验证它们和传统预测模型相比较预测精度差异的统计显著性。

一、ECM模型的建立

协整关系模型的基础是 VAR 系统；它假定各分量皆为 d 阶单整的 p 维向量序列 Z_t 由下面的动态模型所生成：

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \cdots + \varphi_k Z_{t-k} + \delta + \varepsilon_t \tag{1}$$

式中，$Z_t = \{Z_{1t}, Z_{2t}, \cdots, Z_{pt}\}$；$Z_{it} \sim I(d)$，$(i = 1,2,\cdots,p)$；$\delta$ 是常数项向量；ε_t 是独立同分布的扰动项向量。利用滞后算子 L 和差分算子 $\Delta = (1 - L)$ 将式（1）写成：

$$\Delta Z_t = \theta_1 \Delta Z_{t-1} + \theta_2 \Delta Z_{t-2} + \cdots + \theta_{k-1} \Delta Z_{t-k+1} - \Gamma Z_{t-k} + \delta + \varepsilon_t \tag{2}$$

式中 $\theta_i = (-I + \varphi_1 + \cdots + \varphi_i)(i = 1,2,\cdots,k-1)$；当 $Z_t \sim CI(d,b)$，$d \geqslant b \geqslant 0$，即 Z_t 是协整向量序列时，矩阵 Γ 的秩等于 Z_t 分量中线性独立的协整向量个数；且 $\Gamma = \beta\alpha'$，这里 α、β 为常数矩阵，α 称为协整参数矩阵，其中的列即为协整参数向量，而 β 称为调整矩阵，把 $\Gamma = \beta\alpha'$ 代入式（2），得：

$$\Delta Z_t = \theta_1 \Delta Z_{t-1} + \theta_2 \Delta Z_{t-2} + \cdots + \theta_{k-1} \Delta Z_{t-(k+1)} - \beta(\alpha' Z_{t-k}) + \varepsilon_t \tag{3}$$

上述 Z_t 为协整向量序列意味着 $\alpha' Z_t$ 为 $(d-b)$ 阶单整，显示 $\alpha' Z_t$ 存在着长期均衡关系；$\alpha' Z_{t-k}$ 作为解释变量在式（3）出现，就确立了长期趋势对短期变化所产生的影响，其作用方向与力度则由 β 调整。式（3）便是基于协整关系而建立起来的误差校正模型，简称 ECM。

我们收集了厦门市某企业1990年1月－1994年6月的税前利润 (Y_t) 和销售收入 (X_t) 资料（见附录）；以前48个月的数据为样本，利用协整关系建立税前利润的动态时间序列预测模型，而后6个月的数据留作检验模型的预测功效。

对样本数据特征进行严格检验是正确设定协整关系模型的重要步骤。我们处理的变量序列是按月编制的，所以首先考察其季节变动特性。用时间序列分解法计算不同变动因素的具体作用，结果列于表1。

表 1　　不同变动因素的作用分解

序列 \ 因素 所占比例(%)	趋势变动	季节变动	不规则变动
Y_t	91.01	0.51	8.47
X_t	91.18	0.55	8.27

表中数据表明趋势变动是这两个序列的支配力量，季节变动的作用不足 1%，也就是说这两个序列的平衡性特征与季节变动无关，因而可以直接对序列进行单位根检验，以判断其单整性。

我们先用最基本的$D.F$方法进行检验。考虑变量Y_t的自回归过程：

$$Y_t = \delta_0 + \delta_1 Y_{t-1} + U_t \tag{4}$$

$D.F$ 检验的假设为：H_0：$\delta_1 = 1$；H_1：$\delta_1 \neq 1$。这是零假设表示 $Y_t \sim I(1)$，备择假设则表示 $Y_t \sim I(0)$。为方便起见，实际中通常使用式（4）的变形：

$$\Delta Y_t = \delta_0 + (\delta_1 - 1)Y_{t-1} + U_t \tag{5}$$

$$H_0:\ \delta_1 - 1 = 0 \qquad H_1:\ \delta_1 \neq 0$$

这样，式（5）的单位根检验就与一般线性回归模型以 t 统计量为主要依据取舍自变量的方法相似，其统计量也称 t 统计量，但 t 分布表的临界值却不适用。因为 H_0 为真时 Y_t 的非稳定性导致 $D.F$ 统计量的分布不是标准的 t 分布。这一检验的临界值可从 $D.F$ 检验表上查得。使用式（5）作检验的另一好处是，将原始序列的 d 阶差分值应用于式（5），便可确定该序列具体的单整阶数。下表是 Y_t 和 X_t 两个序列按式（5）检验的结果：

表 2　　单位根的 D.F 检验

序　列	自变量	t 统计量	DW 值
ΔY_t	Y_{t-1}	−0.22579	2.689966
ΔX_t	X_{t-1}	−0.48681	2.67747

在 5% 的显著性水平上（本文所有的检验都采用这一显著性水平，以下不再注明），上述两个序列 $D.F$ 检验的结果都应接受 H_0。但 $D.F$ 检验不仅要求变量遵从一阶自相关，而且要求扰动项独立同分布；实际应用中，主要是检验扰动项的独立性，常用方法是对模型（5）的残差进行 DW 检验。表 2 的结果显示两个序列的 DW 值落于无结论区域，$D.F$ 检验的条件不尽满足。我们用两个方法解决这一问题。其一是进行 ADF（增广的 $D.F$）检验。ADF 是基于下述模型而建立的检验方法：

$$\Delta Y_t = \delta_0 + (\beta_1 - 1)Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_i \Delta Y_{t-1} + U_t \tag{6}$$

零假设与备择假设则与式（5）相同。取 $k = 1$，Y_t 和 X_t 两个序列 ADF 检验的结果列于

表 3：

表 3 **单位根的 ADF 检验**

序　列	自变量	t 统计量	DW 值
ΔY_t	Y_{t-1}	−0.12151	2.17280
ΔX_t	X_{t-1}	−0.222502	2.12313

表 3 中 DW 值显示两个模型的扰动项均无序列相关；t 统计量数值则表明对序列 ΔY_t 和 ΔX_t 而言，ADF 检验的结果是接受 H_0，即认为 $Y_t \sim I(1)$、$X_t \sim I(1)$，其二是分别将 Y_t 和 X_t 的一阶和二阶差分值应用于模型（5），得到表 4 的结果：

表 4 **二阶差分的 D.F 检验**

序　列	自变量	t 统计量	DW 值
$\Delta^2 Y_t$	ΔY_{t-1}	−9.54207	2.17324
$\Delta^2 X_t$	ΔX_{t-1}	−9.762	2.12574

表 4 中 DW 值显示两个模型的扰动项均无序列相关；t 统计量的数值则表明对序列 $\Delta^2 Y_t$ 和 $\Delta^2 X_t$ 而言，$D.F$ 检验的结果是拒绝 H_0，因而认为 $\Delta Y_t \sim I(0)$，$\Delta X_t \sim I(0)$，进一步证实 ADF 检验的结论。

在上述检验的基础上，可设定 Y_t 与 X_t 的 VAR 模型。由于 $Y_t \sim I(0)$，$X_t \sim I(1)$，X_t 为外生性解释变量，故用 VAR 的特殊表达形式 —— 自回归分布滞后模型来描述利润与销售收入的关系：

$$Y_t = \delta + \beta_0 Y_{t-1} + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + U_t \tag{7}$$

将上式两边减去 Y_{t-1}，并在等式右边加上 $(\beta_1 X_{t-1} - \beta_1 X_{t-1})$ 项，整理后得到：

$$\Delta Y_t = \delta + \beta_1 \Delta X_t - (1-\beta_0) Z_{t-1} + U_t \tag{8}$$

上式中：$Z_{t-1} = Y_{t-1} - \alpha X_{t-1}$，其中 $\alpha = (\beta_2 + \beta_1)/(1-\beta_0)$。如果 $Z_t = Y_t - \alpha X_t \sim I(0)$，即 Y_t 与 X_t 具有协整关系，那么 α 是协整参数，式（8）中 Z_{t-1} 项体现误差校正机制对 ΔY_t 的作用，式（8）因而是 ECM 模型的一种具体形式。下面我们用 $E-G$ 两步 OLS 方法估计式（8）的参数并检验 Y_t 与 X_t 之间的协整性。

第一步：建立 Y_t 对 X_t 的回归模型：

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha X_t + V_t \tag{9}$$

该式体现序列 Y_t 与 X_t 之间随时间递进的长期稳定关系，协整参数的意义在于它就是

这一长期模型的待估斜率参数。由于 α_0 的估计不取决于是否协整，因而协整关系的检验是通过对式（9）的 OLS 残差进行单位根检验来进行的。

第二步：利用估计的协整关系式 $Z_t = Y_t - \alpha X_t$ 构造 Z_{t-1} 项进而估计 ECM 模型。当 $(Y_t, X_t) \sim CI(1,1)$，V_t 是平稳的扰动项序列时，由式（9）得到的 α 的 OLS 估计是一致估计。利用附录的资料得到模型（9）的估计式：

$$\hat{Y}_t = -0.1447 + 0.247529X_t \qquad R^2 = 0.99877 \tag{10}$$
$$(-3.62706)\ (193.16091) \qquad DW = 1.75171$$

上述回归方程的残差记为 E_t，按式（5）对其进行单位根检验，结果是：

表 5　　模型(10)残差的单位根检验

序　列	自变量	t 统计量	DW 值
ΔE_t	E_{t-1}	-6.05001	1.87214

由于 t 统计量的计算值落于 $D.F$ 检验的拒绝域，且 $4-DU > DW > DU$，因而拒绝 H_0，认为 $\hat{Z}_t = Y_t - 0.247529X_t \sim I(0)$。由此得 $\hat{Z}_{t-1}$ 项代入式（8），然后估计该模型，结果为：

$$\Delta\hat{Y}_t = 0.098209 + 0.121579\Delta X_t - 0.188192(Y_{t-1} - 0.247529X_{t-1}) \tag{11}$$
$$(5.99225)\quad(17.03158)\qquad(-2.86680)$$
$$R^2 = 0.89554 \qquad DW = 2.36533$$

二、局部调整模型的建立

我们从另一角度来分析上述问题。假定 Y_t^* 表示与销售收入 X_t 有关的最优的长期利润水平，即

$$Y_t^* = p + qX_t \tag{12}$$

这里 Y_t^* 是不可观测的变量。实际的情形是，如果 t 时期的销售收入发生了较大的增减变化，企业总是要把利润调整到新的水平或尽力保持在某种范围。于是，可以采用 $M.Nerlove$ 提出的反应或调节函数来描述利润水平的实际变化与其最优值之间的关系：

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda(Y_t^* - Y_{t-1}) + \omega_t \tag{13}$$

它表示 Y_t 只可能在初始位置 (Y_{t-1}) 到最优位置 (Y_t^*) 的路径上变动；λ 为调整系数，$0 < \lambda < 1$。把式（12）和（13）结合在一起，则有

$$Y_t = p\lambda + q\lambda X_t + (1-\lambda)Y_{t-1} + \omega_t \tag{14}$$

这是一个可估计模型。它与模型（7）的不同点在于它不包含 X_{t-1} 项作为解释变量。将上式中的 Y_{t-1} 移到方程的左边，并且在右边加上（$q\lambda X_{t-1} - q\lambda X_{t-1}$），得到：

$$\Delta Y_t = p\lambda + q\lambda\Delta X_t - \lambda(Y_{t-1} - qX_{t-1}) + \omega_t \tag{15}$$

易于看出，这一模型与式（8）的 ECM 模型有相同的结构形式。由此我们揭示了一个重要的事实：在一定的条件下，局部调整模型是协整关系模型的一个特例。这是因为，当 Y_t^* 与 X_t 有相同的单整性时，式（12）的假设条件表明 Y_t^* 与 X_t 之间具有动态一致性关系，其实质就是协整关系，此时 q 起着协整参数的作用；而局部调整假设式（13），则蕴含着实际值 Y_t 与最优值 Y_t^* 之间有如下的关系：

$$Y_t = \lambda[1 + (1-\lambda)L + (1-\lambda)^2 L^2 + \cdots]Y_t^* \tag{16}$$

这也是一种长期稳定的关系。这样，这些变量在随时间变动的过程中，Y_t^* 与 X_t 之间协整关系的性质得以转换成 Y_t 与 X_t 之间的性质，因而依据局部调整假设建立的模型能够转化为 ECM 模型。二者的不同点仅在于，模型（15）描述的是 Y_t 随 X_t 的变化向最优值 Y_t^* 增长的调整过程；模型（8）描述的是 Y_t 随 X_t 的变化均衡增长的调整过程。模型（14）的估计结果为：

$$\hat{Y}_t = 0.032201 + 0.130147X_t + 0.475437Y_{t-1} \tag{17}$$

$$(1.32455) \quad (14.15263) \quad (12.83041)$$

$$R^2 = 0.99973\ , \qquad Durbin - H = 1.14271$$

上式包含随机解释变量 Y_{t-1}，故用 $Durbin - H$ 统计量检验其扰动项的独立性，检验结果是接受 H_0。根据本式参数估计值，解得 $\hat{\lambda} = 0.524563$，$\hat{p} = 0.063186$，$\hat{q} = 0.2481056$；由此写出模型（15）的估计式：

$$\Delta\hat{Y}_t = 0.032201 + 0.130147\Delta X_t - 0.524563(Y_{t-1} - 0.2481056X_{t-1}) \tag{18}$$

对比模型（18）和（11），可以看出描述长期最优增长趋势的参数 $(\hat{q} = 0.2481056)$ 与协整参数 $(\hat{\alpha} = 0.247529)$ 十分接近，但调整系数却差别甚大，前者为 0.524563，后者为 0.188192。由此产生的经济意义是：调整 Y_t 按长期最优的轨道协调增长，其力度要大于仅是调整 Y_t 按长期均衡的轨道增长所需要的力度。

三、外推预测功效检验

由模型（11）可以得到 Y_t 的一步预测公式：

$$\hat{Y}_t = 0.098209 + 0.811808Y_{t-1} + 0.121579\Delta X_t + 0.046583X_{t-1} \tag{19}$$

给定外生解释变量 X_t 的预测值，就可以通过反复迭代求得所需的 Y_t 的多步预测值。为了检验 ECM 模型的预测功效并且进一步说明局部调整模型与它的一致性关系，我们采用模型（19）与模型（17）对 1994.1－1994.6 月份的税前利润进行外推预测，然后将其预测结果与模型（10）的预测结果两两作比较；后一种模型是迄今为止在实际中最常采用的回归预测模型。

首先计算 u 统计量来考察这三个模型是否具有与朴素模型同等的精确性。u 统计量的定义式为

$$u = \sum\sqrt{(\Delta P_t - \Delta A_t)^2} \Big/ \sqrt{\sum(\Delta A_t)^2}$$

式中 ΔP_t 和 ΔA_t 分别表示预测对象的预测值和实际值的变化量。该指标为 1 说明所用模型

与朴素模型有同等的精确性；而 $u<1$ 和 $u>1$ 则分别说明所用模型的精确性高于和低于朴素模型。根据附录的资料以及模型（19）、模型（17）和模型（10）的外推预测值算得相应的 u 值分别为 0.121769、0.157498 和 0.767891，显示这三个模型的预测精确性均高于朴素模型，但模型（19）和模型（17）的精确性高于模型（10）。

其次用均方差检验法考察这三个模型预测精度的差异在统计上的显著性。先设 e_{1t} 和 e_{2t} 分别表示模型（19）和模型（17）在 t 期的预测误差，定义 $\Delta_t=e_{1t}-e_{2t}$，$\sum_t=e_{1t}+e_{2t}$，*Ashley*、*Granger* 和 *Schmalenses* 证明：第一个模型的预测精度优于第二个模型，相当于对以 $\sum_t-\overline{\sum}$ 为自变量（$\overline{\sum}$ 为 $\sum_t$ 的均值），Δ_t 为因变量的回归模型.

$$\Delta_t=\beta_1-\beta_2(\textstyle\sum_t-\overline{\sum})+u_t \tag{20}$$

进行如下的系数显著性检验：

H_0：$\beta_1=\beta_2=0$　　H_1：$\beta_1\geqslant 0$且$\beta_2>0$或$\beta_1>0$且$\beta_2\geqslant 0$

其结果是拒绝零假设。但是，如果 β_1 和 β_2 均大于 0，则应采用联合的 F 检验。由模型（19）和模型（17）的外推预测误差得到模型（20）的估计结果：

$$\hat{\Delta}_t=\underset{(0.06663)}{0.001117}-\underset{(-1.90463)}{0.298903}(\textstyle\sum_t-\overline{\sum})\qquad R^2=0.47559\quad F(1,4)=3.62763$$

对上述估计结果进行联合的 F 检验，结果是接受 H_0，认为模型（19）与模型（17）的外推预测误差没有显著差异。再将模型（20）分别应用于模型（19）与模型（10）、模型（17）与模型（10）的外推预测误差，得到另外的两个估计结果是：

$$\hat{\Delta}_t=\underset{(1.39952)}{0.021080}-\underset{(-10.17788)}{0.678985}(\textstyle\sum_t-\overline{\sum})\qquad R^2=0.96282\quad F(1,4)=103.58934$$

以及$$\hat{\Delta}_t=\underset{(0.51362)}{0.021117}-\underset{(-3.14154)}{0.525486}(\textstyle\sum_t-\overline{\sum})\qquad R^2=0.71159\quad F(1,4)=9.8693$$

对这两个估计结果进行联合 F 检验的结果都是拒绝 H_0，即认为模型（19）和模型（10）、模型（17）与模型（10）的外推预测功效均有显著差异。

本例中模型（10）与实际资料拟合的程度相当高，但基于协整关系和局部调整假设而建立的模型，其预测功效即显著地优于这一模型。这是因为，协整技术建模能够在保证模型稳定性的前提下，把变量的短期变动信息与长期变动趋势合理地综合起来。具体地说，模型（11）中，ΔX_t、ΔY_t 为 I（0）变量，误差校正项 $\hat{Z}_{t-1}=Y_{t-1}-0.247529X_{t-1}$ 也为 I（0）变量，这就保证了模型（11）的稳定性；由于系数 $-(1-\beta_0)=-0.188192<0$，$\hat{Z}_{t-1}$ 的误差校正机制是：当 $Y_{t-1}>0.247529X_{t-1}$ 时，$\hat{Z}_{t-1}$ 对 ΔY_t 的净效果为负，当 $Y_{t-1}<0.247529X_{t-1}$ 时，$\hat{Z}_{t-1}$ 对 ΔY_t 的净效果为正。因而对于 X_t 的短期变动，由模型（19）显示的 Y_t 能迅速反映、不断调整、按其长期趋势均衡增长。而当局部调整模型是 *ECM* 模型的特例时，与 *ECM* 模型具有同样的误差校正机制，因而就具有等效的外推预测功效。

附录：　　厦门市某企业 1990.1-1994.6 的税前利润(Y_t)和销售收入(X_t)　　单位：百万元

时　间	Y_t	X_t	时　间	Y_t	X_t
1990.1	0.87	3.6	1992.4	7.4	29.4
1990.2	1.17	5.9	1992.5	7.73	31.8
1990.3	1.36	6.3	1992.6	8.06	32.9
1990.4	1.57	7.3	1992.7	8.46	35.3
1990.5	1.77	7.4	1992.8	8.75	36.5
1990.6	2.01	8.2	1992.9	8.97	37.6
1990.7	2.35	10.6	1992.10	9.08	36.8
1990.8	2.6	12.1	1992.11	9.37	38.4
1990.9	2.87	12.2	1992.12	9.42	38.2
1990.10	3.07	12.8	1993.1	9.75	40.0
1990.11	3.22	12.7	1993.2	10.25	42.8
1990.12	3.62	14.9	1993.3	10.47	43.1
1991.1	3.78	15.4	1993.4	10.82	44.7
1991.2	4.22	18.2	1993.5	10.83	44.1
1991.3	4.49	19.5	1993.6	11.26	46.1
1991.4	4.5	18.4	1993.7	11.53	47.3
1991.5	4.79	19.8	1993.8	11.52	46.6
1991.6	5.14	21.1	1993.9	11.91	48.6
1991.7	5.35	22.1	1993.10	12.12	49.4
1991.8	5.55	23.0	1993.11	12.3	49.8
1991.9	5.79	24.0	1993.12	12.54	51.0
1991.10	6.03	24.6	1994.1	12.96	53.4
1991.11	6.15	24.6	1994.2	13.23	54.5
1991.12	6.82	29.4	1994.3	13.39	54.7
1992.1	6.94	28.9	1994.4	13.41	53.3
1992.2	7.09	29.5	1994.5	13.89	56.7
1992.3	7.4	30.3	1994.6	14.25	59.2

1995 年 6 月

（作者单位：厦门大学）