

一种多指标决策与评价的方法——投影法*

王应明

ABSTRACT

With the beneficial results of industrial economy as a application background, the paper raises a new method of multi-indicator policy decision and evaluation——projective method, which has clear concept and definite meanings. It is one of the weighted methods, but not identical with simple add weighted method and has different economical meanings.

一 引言

经济效益的综合评价本质上是一个多指标决策问题。本文从矢量投影角度对此问题进行探讨,提出了一种全新的投影决策方法。

二、多指标投影决策方法原理

设多指标决策问题的方案集为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, 指标集(也称目标集、属性集)为 $G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, 方案 A_i 对指标 G_j 的属性值(指标值)记为 y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$), 矩阵 $Y = (y_{ij})_{n \times m}$ 表示方案集 A 对指标集 G 的“属性矩阵”, 俗称“决策矩阵”。通常, 指标有“效益型”指标、“成本型”指标、“固定型”指标和“区间型”指标之区别。效益型指标是指属性值愈大愈好的指标, 如资金产值率、资金利润率、全员劳动生产率等; 成本型指标是指属性值愈小愈好的指标, 如流动资金占用额、流动资金周转天数等; 固定型指标是指属性值既不能太大又不能太小, 而以稳定在某个固定值为最佳的一类指标, 家用电器稳压器的稳压性能指标就属于这类指标; 区间型指标是指属性值以落在某个固定区间内为最佳的一类指标, 国家标准中规定的等级划分通常都属于这类指标。根据指标类型的不同, 对指标集 G 可作如下划分, 即令

$$G = \bigcup_{i=1}^4 G_i \quad \text{且} \quad G_i \cap G_j = \Phi \quad i, j = 1, 2, 3, 4; i \neq j \quad (1)$$

式中: G_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 分别为效益型指标集、成本型指标集、固定型指标集和区间型指标集; Φ 为空集。

一般而言, 不同的评价指标往往具有不同的量纲和量纲单位, 为了消除量纲和量纲单位不同所带来的不可公度性, 决策之前首先应将评价指标无量纲化处理。

评价指标类型不同, 无量纲化处理方法也将不同。

对于效益型指标, 一般可令

$$Z_{ij} = \frac{y_{ij} - y_j^{\min}}{y_j^{\max} - y_j^{\min}} \quad i = 1, 2, \dots, n; j \in \Omega_1 \quad (2)$$

式中: y_j^{\max}, y_j^{\min} 分别为 G_j 指标的最大值和最小值。

对于成本型指标, 令

$$Z_{ij} = \frac{y_j^{\max} - y_{ij}}{y_j^{\max} - y_j^{\min}} \quad i = 1, 2, \dots, n; j \in \Omega_2 \quad (3)$$

式中: y_j^{\max}, y_j^{\min} 意义同式(2)。

对于固定型指标, 有

$$Z_{ij} = 1 - \frac{|y_{ij} - y_j^*|}{\max_i |y_{ij} - y_j^*|} \quad i = 1, 2, \dots, n; j \in \Omega_3 \quad (4)$$

式中: y_j^* 为 G_j 指标的最佳稳定值。

对于区间型指标, 令

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 - \frac{q_{1j} - y_{ij}}{\max\{q_{1j} - y_j^{\min}, y_j^{\max} - q_{2j}\}} & y_{ij} < q_{1j} \\ 1 & y_{ij} \in [q_{1j}, q_{2j}] \\ 1 - \frac{y_{ij} - q_{2j}}{\max\{q_{1j} - y_j^{\min}, y_j^{\max} - q_{2j}\}} & y_{ij} > q_{2j} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n; j \in \Omega_3 \quad (5)$$

式中: $[q_{1j}, q_{2j}]$ 为 G_j 指标的最佳稳定区间, y_j^{\max}, y_j^{\min}

* 本项目获国家自然科学基金资助(批准号: 79600020)

意义同式 (2)。

记无量纲化处理后的决策矩阵为 $Z = (Z_{ij})_{n \times m}$, 显然, Z_{ij} 总是愈大愈好, 定义各评价指标的理想属性值为

$$Z_j = \max \{ Z_{ij} \mid i = 1, 2, \dots, n \} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

由理想属性值构成的方案称为理想方案, 用 A^* 表示。设评价指标间的加权向量为 $W = (W_1, W_2, \dots, W_m)^T > 0$, W 的确定方法有主观赋权法两大类, 此处不详述。为了使投影决策方法的涵义更加明确和清楚起见, 假定加权向量 W 满足单位化约束条件

$$\sum_{j=1}^m W_j^2 = 1 \quad (7)$$

倘若给定的加权向量 $W = (W_1, W_2, \dots, W_m)^T$ 不满足单位化约束条件 (如归一化约束条件), 则可将其单位化而使其满足单位化约束条件, 即令

$$W_j = W_j / \sum_{j=1}^m W_j^2 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

在加权向量 W 的作用下, 构造增广型加权规范化决策矩阵

$$C = \begin{pmatrix} A_1 & \begin{pmatrix} G_1 & G_2 & \dots & G_m \\ W_1 Z_{11} & W_2 Z_{12} & \dots & W_m Z_{1m} \end{pmatrix} \\ A_2 & \begin{pmatrix} W_1 Z_{21} & W_2 Z_{22} & \dots & W_m Z_{2m} \end{pmatrix} \\ \vdots & \dots \\ A_n & \begin{pmatrix} W_1 Z_{n1} & W_2 Z_{n2} & \dots & W_m Z_{nm} \end{pmatrix} \\ A^* & \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & \dots & W_m \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

如果将每个决策方案看成一个行向量 (矢量), 则每个决策方案 A_i 与理想方案 A^* 之间均有一个夹角 θ_i , 如图 1 所示。设决策方案 A_i 与理想方案 A^* 之间的夹角余弦为^[1]

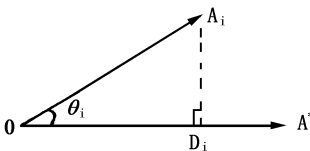


图 1

$$r_i = \frac{A_i \cdot A^*}{\|A_i\| \cdot \|A^*\|} = \frac{\sum_{j=1}^m W_j Z_{ij} \cdot W_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^m [W_j Z_{ij}]^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m W_j^2}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

很显然, 夹角余弦 $0 < r_i \leq 1$, 且总是愈大愈好, r_i 愈大, 表示决策方案 A_i 与理想方案 A^* 之间的变动方向愈是一致。但是, 仅靠夹角余弦的大小还不能进行最优方案的决策。因为夹角余弦的大小只能反映各决策方案 A_i 与理想方案 A^* 之间的方向是否一致, 不能反映各决策方案 (距离) 的大小。举例来说, 假设 B 方案是由理想方案 A^* 缩小一定的倍数 $K (K > 1)$ 之后所得到的一个虚拟决策方案, 显然虚拟方案 B 与理想方案 A^* 之间的夹角余弦恒等于 1。但是, B 方案和 A^* 方案永远是两个不等的方案, 因为其模不等, 而且 B 方案总是劣于 A^* 方案。由此可见, 科学的决策方法除了要考虑各决策方案 A_i 与理想方案 A^* 之间的夹角余弦大小外, 还必须考虑各决策方案模的大小。设决策方案 A_i 的模为

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^m [W_j Z_{ij}]^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

模的大小虽然弥补了夹角余弦法的不足, 但是模的大小反映不出各决策方案与理想方案之间的变动方向如何? 如果变动方向相反, 模愈大方案愈劣。因此, 模的大小必须与夹角余弦的大小结合考虑才能全面准确反映各决策方案与理想方案之间的接近程度。令

$$D_i = d_i \cdot r_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

则 D_i 正好是决策方案 A_i 在理想方案 A^* 上的投影 (见图 1), 而理想方案 A^* 本身的投影 (模) 为

$$D^* = \sum_{j=1}^m W_j^2 = 1 \quad (12)$$

这正是本文要求加权向量 W 满足单位化约束条件之原故, 目的是使理想方案 A^* 的标准投影为 1。很显然, 投影值 $0 < D_i \leq 1$, 且 D_i 总是愈大愈好, D_i 愈大表明决策方案 A_i 愈优。为了进一步分析投影决策方法与简单加性加权法之间的关系, 将公式 (11) 展开后, 得到

$$D_i = d_i \cdot r_i = \frac{\sum_{j=1}^m W_j Z_{ij} \cdot W_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^m [W_j Z_{ij}]^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m W_j^2}} = \frac{\sum_{j=1}^m Z_{ij} W_j^2 / \sum_{j=1}^m W_j^2}{\sqrt{\sum_{j=1}^m Z_{ij}^2 (W_j^2 / \sum_{j=1}^m W_j^2)}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$\text{令 } W_j = W_j^2 / \sum_{j=1}^m W_j^2 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$D_i = \sum_{j=1}^m Z_{ij} W_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^m \tilde{W}_j = \sum_{j=1}^m W_j^2 < \sum_{j=1}^m W_j \quad (16)$$

公式(15)即为简单加性加权法公式,可见,投影决策方法本质上是一种简单加性加权方法,但与简单加性加权方法又并非完全一致,简单加性加权方法采用得分值作为评判决策方案优劣的标准,而投影决策方法则是以投影值的大小作为评判决策方案优劣的标准,两者显然具有不同的经济涵义;另外,公式(15)采用的加权系数也并非是原先给定的加权系数,而是与原加权系数的平方成正比的一组新的加权系数,这表明重要指标的权系数将得到进一步的加强。若原先给定的加权向量 W 满足归一化约束条件,则新的加权向量 \tilde{W} 将满足 $e^T \tilde{W} < 1$, 其中: $e = (1, 1, \dots, 1)^T$; 若原先给定的加权得量 W 满足单位化约束条件,则新的加权向量将满足归一化约束条件,即 $\tilde{W}_i \tilde{W}_i = 1$ 。综合以上分析不难看出,投影决策方法与简单加性加权法是有区别的。

综上所述,多指标决策与评价的方法和步骤可以归纳和概括为:

(1)根据评价指标类型构造规范化决策矩阵 $Z = (Z_{ij})_{n \times m}$;

(2)给定加权向量 W ,构造增广型加权规范化决策矩阵 C ;

(3)计算各决策方案 A 在理想方案 A^* 上的投影值 $D(i=1, 2, \dots, n)$;

(4)根据各决策方案投影值的大小,对多指标决策与评价问题作出科学的排序比较和分析。

三、应用举例

本文以《中国工业经济统计年鉴》1993年提供的全国16个省、直辖市主要工业经济效益指标的统计资料^[2]为基础数据进行经济效益的评价比较和排序分析。很显然,此类问题是一个典型的多指标决策与评价问题,已知方案集为 $A = \{\text{北京, 天津, 上海, 江苏, } \dots, \text{山西}\}$, 共有16个决策方案,指标集 $G = \{G_1, G_2, \dots, G_5\}$, 其中 G_1 : 全员劳动生产率(元/人), G_2 : 资金利税率(%), G_3 : 百元销售收入实现利润(元), G_4 : 百元工业产值占用流动资金(元), G_5 : 产值利税率(%), 共5个评价指标,除百元工业产值占用流动资金为成本型指标外,其余均为效益型指标,各指标的原始数据如表1所示。假定已知加权向量 $W = (0.2296, 0.1876, 0.1557, 0.2656, 0.1614)^T$, 单位

1992年全国部分省、直辖市主要工业经济效益指标及其排序比较

省市	权系数					评价价值			排序号
	0.5025 全员劳动生产率(元/人)	0.4106 资金利税率(%)	0.3408 百元销售收入实现利润(元)	0.5813 百元工业产值占用流动资金(元)	0.3533 产值利税率(%)	模	夹角余弦	投影值	
北京	47177	16.61	8.89	31.05	15.77	0.7518	0.9244	0.6949	2
天津	43323	9.08	3.65	29.80	8.44	0.4015	0.9076	0.3644	8
上海	59023	13.84	6.06	26.55	12.87	0.7648	0.9808	0.7502	1
江苏	46821	10.59	3.51	22.46	7.41	0.6912	0.8540	0.5903	5
浙江	41646	13.24	4.64	24.33	9.33	0.6402	0.9418	0.6030	4
安徽	26446	10.16	2.38	26.80	9.85	0.4229	0.8235	0.3482	10
福建	38381	11.97	4.79	26.45	10.64	0.5386	0.9734	0.5242	6
广东	57808	10.29	4.54	23.00	9.23	0.9641	0.9024	0.6896	3
辽宁	28869	7.68	2.12	31.08	9.05	0.2271	0.8388	0.1905	14
山东	38812	8.92	3.38	25.68	8.73	0.5053	0.8682	0.4387	7
湖北	30721	10.87	4.15	30.36	11.44	0.3591	0.9769	0.3508	9
湖南	24848	10.77	2.42	30.71	11.37	0.3105	0.8679	0.2695	12
河南	26925	9.34	3.06	30.11	10.84	0.3027	0.9120	0.2761	11
江西	23269	8.25	2.58	32.57	8.62	0.1442	0.8712	0.1256	15
河北	28267	8.13	3.17	29.25	9.17	0.3051	0.8603	0.2625	13
山西	21583	7.41	4.66	35.35	11.27	0.2072	0.4883	0.1012	16

化之后有 $\tilde{W} = (0.5025, 0.4106, 0.3408, 0.5813, 0.3533)^T$, 在此加权向量作用下,各省、直辖市在1992年度的工业经济效益投影评价价值及其排序号如表1最后两列所示。从表1中的评价结果可以看出,上海作为我国的“第一工业大城市”,其综合工业经济效益水平排名第16个省、直辖市之首位,显示出其实力不凡;北京作为我国的政治、经济和文化中心,其综合工业经济效益水平也很不错,仅次于上海,位居第2位;排名第3位到第8位的依次是广东、浙江、江苏、福建、山东、天津等沿海省市,这充分反映了改革开放以来,我国沿海地区省份经济发达、技术先进、管理水平高、经济效益比较好的区域优势;山西、江西两省作为我国的内陆省份,由于经济基础薄弱、技术落后、管理水平跟不上,其综合工业经济效益水平分别排名第16位和第15位;辽宁省作为我国的重工业基地省份,由于设备陈旧老化、资金匮乏、技改措施跟不上等众多因素的影响,其综合工业经济效益也很不理想,名列16个省、直辖市倒数第3位。以上评价结论是仅就1992年度而言的,不排除个别省份排序的偶然性,但总的来讲,评价结论与

· 书评 ·

《社会劳动价值论》

—— 一部经济学和国民核算基础理论的创新之作

黄少安

我国著名经济学家、统计学家钱伯海教授的《社会劳动价值论》一书,最近由中国经济出版社出版。价值理论是经济学的基础理论,不同的价值理论决定了不同的经济学理论体系。社会劳动价值论是作者立足于国民经济核算的实际需要,通过对国民经济实践的长期研究而取得的理论成果。

国民经济核算是国民经济管理、宏观经济调控的重要手段和依据,备受联合国和世界各国的重视。国民核算的理论和方法应随着经济实践的发展而不断加以改进,国民经济核算体系必须有它的理论基础,而且,这种理论基础本身也要不断地创新。马克思的劳动价值论作为经济理论的基石,应该为国民经济核算体系提供理论基础。但是,随着第三产业的大发展及其被纳入国民经济核算范围,而且引进了联合国制定的 SNA,就出现了新的国民经济核算体系与马克思劳动价值论对“生产劳动”界定的矛盾。是放弃劳动价值论,另外寻求理论基础,还是发展劳动价值论呢?钱伯海先生选择了后者。他通过创立“社会劳动”第一组新的概念,提出“社会劳动创造价值”的命题,从而赋予劳动价值论以新的含义。其有关思想集中反映在新著《社会劳动价值论》之中。该书为论文式专著,由30篇系列论文组成。全书30余万字,分四大组成部分,各有侧重,又内在密切联系,从不同角度,围绕社会劳动创造价值这个主题展开研究和阐明。方式多样,有直接的逻辑阐述,有对基本范畴的提炼,有经验的实证,也有针对其他学者批评、商榷的答疑。均有理论深度,是作者多年来排除种种困难,潜心研究的心血

结晶。

社会劳动创造价值贵在“社会”二字,社会劳动实行大分工、大协作,促进经济技术的大发展,只有从社会看问题,从总体看问题,才能取得对劳动价值论的全面和深刻理解。例如在价值构成($c + v + m$)中,按照传统的理解,认为 c 是物化劳动,是过去生产的,是过去劳动的成果,至少也是过去和本期劳动的共同成果。但从社会、从总体看问题,则全部是本期生产的,100%是本期劳动的成果。实际情况也正是如此。说明作者在思维和研究方法有着自己的特色,这可能与长期从事国民经济核算理论和方法研究有密切联系。正因为钱伯海先生习惯于总体考察、宏观思维,所以他在研究价值范畴的多种含义、价值范畴的内含变化、第三产业创造价值,特别是科学技术创造价值、价值生产、价值分配、剩余价值理论、价值价格与产值以及商品二因素、劳动二重性的内在联系等,几乎包括价值理论的全部,既坚持了马克思的劳动价值理论,又有着自己独到的理解和见解。而且紧密相关,结成有机联系,这不能不说是劳动价值理论体系的发展和创新。同时,还深入批判三要素理论,为我国新国民经济核算体系提供确凿而有力的理论支撑。因此,无论是对于从事基础性理论研究和教学的同志,还是从事国民经济核算理论和方法研究的同志,都是一本很有价值的参考书,值得仔细阅读。

(作者工作单位:山东大学产权研究所)

(责任编辑:许亦频)

人们的直观判断和习惯认识基本一致,有一定的可信度和决策参考价值。

参考文献

- [1] 吴望名、陈永义、黄金丽等《应用模糊集方法》,北京师范大学出版社,(1985)
- [2] 国家统计局工业交通统计司:《中国工业经济统

计年鉴》(1993),中国统计出版社。

作者简介:王应明,男,33岁,清华大学博士后,系统工程博士。现任厦门大学系统科学系副教授。

(责任编辑:石庆焱)