

Checkerboard 模型中的磁振子霍尔效应

高召静 施天谟

(厦门大学 物理与机电工程学院物理系 福建 厦门 361005)

摘要: 在一些铁磁绝缘体中,由于 Dzyaloshinskii - Moriya (DM) 相互作用的存在,会出现磁振子霍尔效应,即如果在横向施加一个温度梯度,在纵向上会有热流产生. 对 Checkerboard 模型中可能存在的磁振子霍尔效应做了讨论,通过对角化沿横向取周期边界条件,纵向自由边界条件的体系的哈密顿量确定了该体系中存在受拓扑保护的边缘态,并且根据磁振子的半经典运动方程,计算了纵向热导率随温度的变化曲线. 这些结果对于实验上寻找新的具有磁振子霍尔效应的体系及其在自旋电子学上的应用具有一定的积极贡献.

关键词: 磁振子; 霍尔效应; 边缘态

中图分类号: O482.53 文献标识码: A 文章编号: 1009-8879(2015)03-0001-03

1 序言

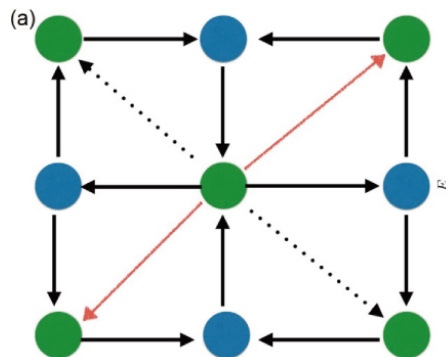
对拓扑绝缘体的理论和实验的研究极大的加深了我们对物质态的拓扑性质的认识^{[1][2]}. 拓扑绝缘体具体表现为,此类材料的体内为绝缘体,但是在材料的边缘上会存在由能带拓扑性质保护的边缘态,且其数量等于体材料能带拓扑不变量的绝对值. 同时,由于受拓扑保护的边缘态的存在,使得其在无耗散输运上有着极大的运用可能性,因为这些边缘态能够承受中等程度的无序和非磁性杂质的散射. 但是由于拓扑绝缘体中边缘态的载流子是电子,这将不可避免的导致焦耳热的产生^[3].

磁振子霍尔效应是一种类似于拓扑绝缘体的受体能带拓扑性质保护的物理效应. 如果在横向施加一个温度差,由于 DM 相互作用的存在,在纵向方向上会产生一个热流. 磁振子霍尔效应已经在实验体系中观测到,并且对其理论研究也取得了极大的进展^[4]. 由于磁振子霍尔效应的边缘态的载流子为铁磁材料中的自旋波激发,所以在其传导自旋流时并不会产生焦耳热. 这些性质使得磁振子霍尔效应在自旋电子学上有着极其广阔的运用空间. 这使得对不同晶格体系中可

能存在的磁振子霍尔效应的探讨同时具有了理论和实际运用价值,这也是本文研究的出发点.

本文对 Checkerboard 晶格上可能存在的磁振子霍尔效应做了讨论,我们首先写出了体系的磁振子哈密顿量,并根据此哈密顿量计算了体系两个能带的陈数 $C^{1,2} = \pm 1$. 根据边缘-体对应原则,非零的陈数对应着边缘态的存在. 另外,我们根据磁振子的半经典运动方程,进一步研究了此体系纵向热导率和温度的关系,发现在整个参数变化范围内,纵向热流总是沿着一个方向,这使得这种材料具有很好的热稳定性质.

2 论模型



收稿日期: 2015-04-13

作者简介: 高召静, 厦门大学物理与机电工程学院硕士研究生, 主要从事拓扑绝缘体理论研究.

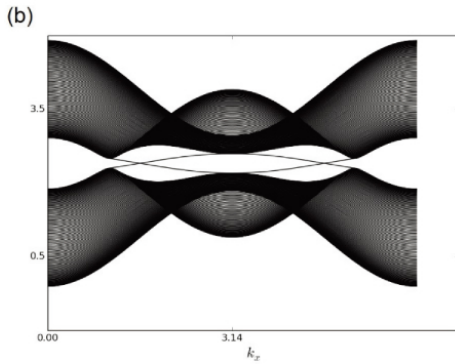


图1: (a) Checkerboard 晶格示意图; (b) x 方向上取边界条件 y 方向为自由边界条件时的体系的能带, 其中 $J_1 = 1, D = 0.1, J_2 = 0.2$.

磁振子霍尔效应是由自旋流和 DM 相互作用相互耦合而产生. 具有近邻 DM 相互作用和次近邻海森堡自旋相互作用的哈密顿量可以写为^[5]

$$H = - \sum_{\langle m, n \rangle} \left[\frac{J_1 + iD}{2} S_m^+ S_n^- + \frac{J_1 - iD}{2} S_n^+ S_m^- + J_1 S_n^z S_m^z \right] \pm J_2 \sum_{\langle\langle m, n \rangle\rangle} S_m^z S_n^z$$

其中 J_1, J_2 分别为近邻和次近邻海森堡相互作用强度, D 为 DM 相互作用强度, S_n^+, S_n^- 分别为格点 n 上的自旋梯度算符, S_n^z 为自旋算符的 z 分量. $\langle \rangle$ 和 $\langle\langle \rangle\rangle$ 分别代表近邻和次近邻求和. 如图 1(a) 示意, Checkerboard 晶格, 每个元胞中有两个格点, 对于近邻相互作用, 沿箭头方向的耦合为 $(J_1 + iD)$, 沿相反方向为 $(J_1 - iD)$; 对于次近邻相互作用, 实线方向为 J_2 , 虚线方向为 $-J_2$.

3 计算结果

对于铁磁绝缘体, 我们可以对上述哈密顿量做 Holstein - Primakoff 变换, 并得到磁振子的哈密顿量^[6]

$$H = - \sum_{\langle m, n \rangle} [(J_1 + iD) b_m^+ b_n^- + (J_1 - iD) b_n^+ b_m^- - J_1 (b_n^+ b_n + b_m^+ b_m)] \pm J_2 \sum_{\langle\langle m, n \rangle\rangle} [b_m^+ b_n^- + b_n^+ b_m^- - (b_n^+ b_n + b_m^+ b_m)],$$

其中 b_n^+ 和 b_n^- 分别为第 n 个格点上磁振子的产生和湮灭算符. 将上述哈密顿量傅里叶变换到动量空间

$$H = \sum_k b_k^+ h_k b_k,$$

其中 h_k 为 -2×2 矩阵, 矩阵元为

$$h_k(1, 1) = 4J_1 - 2J_2 (\cos k_x - \cos k_y),$$

$$h_k(2, 2) = 4J_1 - 2J_2 (\cos k_y - \cos k_x),$$

$$h_k(1, 2) = -4 \sqrt{D^2 + J_1^2} [\cos \gamma \cos \frac{k_x}{2} \cos \frac{k_y}{2} + \cos \gamma \sin \frac{k_x}{2} \sin \frac{k_y}{2}],$$

$$h_k(2, 1) = h_k^*(1, 1)$$

其中 $\gamma = \arctan \frac{D}{J_1}$. 对角化此矩阵后, 可以得到

本征态 $\varphi_{1,2}$ 和本征值 $E_{1,2}$, 由此我们可以得到体系两个能带的陈数

$$C^{1,2} = \pm 1 = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} B_{k_x k_y}^{1,2} dk_x dk_y,$$

其中 $B_{k_x k_y}^{1,2}$ 为贝利曲率

$$B_{k_x k_y}^n = i \sum_{n' \neq n} \frac{\varphi_n \frac{\partial h_k}{\partial k_x} \varphi_{n'}^* \varphi_n^* \frac{\partial h_k}{\partial k_y} \varphi_n - (k_x \leftrightarrow k_y)}{(E_n - E_{n'})^2},$$

BZ 为第一布里渊区. 根据边缘 - 体对应原则, 非零的陈数意味着受拓扑保护的边缘态的存在, 从而证明了次体系中的确存在磁振子霍尔效应. 同时, 为了更明确的显示我们的结果, 我们作出了 x 方向上取边界条件, y 方向为自由边界条件时的体系的能带图, 如图 1(b) 所示, 在体系的边缘上的确有边缘态存在.

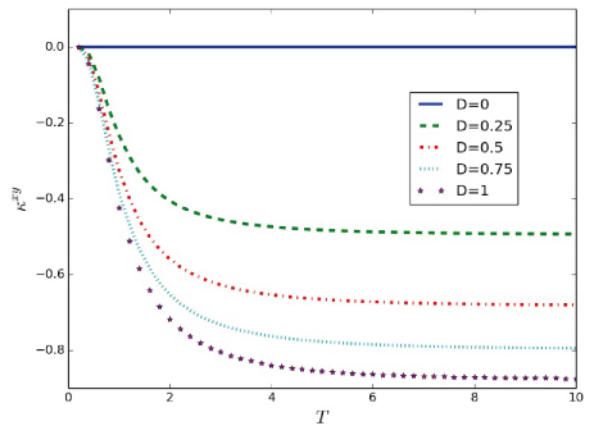


图2: 纵向热导率在不同 DM 相互作用强度下随温度的变化.

在实际材料应用中, 温度对材料的性质会产生极大的影响, 因此探讨温度对我们所讨论的体系中的磁振子霍尔效应的影响就具有重要的意义. 根据磁振子的半经典运动方程, 可以得到纵向热导率和温度的关系式为

$$\kappa^{xy} = \frac{T}{(2\pi)^2} \sum_i \int_{BZ} c_2(\rho_i) B_{k_x k_y}^n dk_x dk_y,$$

其中 $\rho_i = 1/(e^{\frac{E_i}{T}} - 1)$ 为波色分布,

$$c_2(x) = (1+x) \left(\ln \frac{1+x}{x} \right)^2 - (\ln x)^2 -$$

$$2Li_2(-x),$$

$$Li_2(x) = - \int_0^x dy \ln(1-y) / y, \quad y \in (-\infty, 1).$$

在高温极限下, 上面关于热导率的公式可以进一步简化为

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \kappa^{xy} = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_i E_i^0 C^i = \frac{1}{(2\pi)^2} (E_1^0 - E_2^0)$$

< 0 ,

其中 E_i^0 为第 i 个能带能量的平均值, 计算结果如图 2 所示. 从以上结果我们可以看出, 在高温极限下, 纵向热导率总是为负. 同时我们也可以看出, 纵向热导率的最大量级正比于两能级之间的间距. 根据体系的哈密顿量, 我们可以定出此间距正比于 J_2 , 即次近邻海森堡相互作用强度.

4 总 结

对 Checkerboard 模型上的磁振子霍尔效应做了讨论, 计算出了体系两个能带的陈数, 发现他们不为零. 这意味着在体系的边缘上会出现由拓扑性质保护的边缘态. 这对无能耗自旋运输的研究有积极的贡献. 并且, 我们根据磁振子的半经典运动方程, 给出了高温极限下的纵向热导率

的表达式. 我们发现, 此体系的纵向热导率总是为负, 即体系边缘热流的方向不会随着外界温度的改变而改变. 同时, 我们还对纵向热导率的最大量级做了分析. 这些结果对我们认识铁磁绝缘体中的磁振子霍尔效应和其潜在的应用有一定的贡献.

参考文献:

- [1] M. Z. Hasan and C. L. Kane [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2010, 82, 3045 <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.82.3045>
- [2] Xiao - Liang Qi and Shou - Cheng Zhang [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2011, 83, 1057 <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1057>
- [3] Igor Žutić, Jaroslav Fabian, and S. Das Sarma [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2004, 76, 323 <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.76.323>
- [4] Onose Y, Ideue T, Katsura H, Shiomi Y, Nagaosa N and Tokura Y Science [J]. 2010, 329, 297 <http://dx.doi.org/10.1126/science.1188260>
- [5] 夏建白, 葛惟昆, 常凯. 半导体自旋电子学 [M]. 北京: 科学出版社, 2008: 1 - 365 http://www.sciencep.com/s_single.php?id=16084
- [6] 李正中. 固体理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 1 - 577

Magnon Hall effect on the Checkerboard lattice

Zhaojing Gao, Tien - Mo Shih

(School of Physics and Mechanical and Engineering, Xiamen University, Xiamen Fujian 3610000, P.)

Abstract: Ferromagnetic insulators without inversion symmetry may show magnon Hall effect (MHE) in the presence of a temperature gradient due to the existence of Dzyaloshinskii - Moriya (DM) interaction. In this theoretical study, we investigate MHE on the Checkerboard lattice, which shows inversion symmetry. The DMI is introduced by adding an external electric field. The nontrivial topology of this model is shown by examining the existence of edge states and computing the non zero Chern numbers of two bands possessed by this model. We can determine the sign and magnitude of the transverse thermal conductivity in the high temperature limit with the non zero Chern numbers.

Key words: magnon, Hall effect, edge states

[责任编辑: 谭 昆]