第 42 卷 第 4 期　　数 学 研 究　　Vol. 42 No. 4
2009 年 12 月　　Journal of Mathematical Study　　Dec. 2009

关于随机对偶性的一个注记

陈新香 [1]　郭铁信 [2]

(1. 厦门大学数学科学院，福建 厦门 361005; 2. 北京航空航天大学数学科学院，北京 100191)

摘 要 对任意随机局部凸模 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$, 本文证明了 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 可表示成关于自然的随机对偶对 $<S,S^*>$ 的一个随机可允许结构.

关键词 随机局部凸模; 随机可允许结构; $M-$ 凸; 等度几乎处处有界集

中图分类号 O.177　　**文献标识码** A

1 引 言

随机对偶对的概念首先在文献 [1] 中被引进，由于将随机赋范空间的随机共轭空间的概念 [2] 推广到任意的随机局部凸空间的困难在当时还没有解决，因此在随机对偶性的研究中 [1] 的结果存在着局限性. 文献 [3] 中关于随机局部凸模上连续模同态的特征刻画的工作使我们找到了随机局部凸空间的随机共轭空间的合理概念 [4] 并在 [4] 中提出了随机相容结构与随机可允许结构的概念. 最近我们又在文献 [5] 中在随机局部凸模上建立了一个基本的严格分离性定理，进一步在这些已有工作的基础上我们在文献 [6] 中对随机对偶性展开了深刻研究，通过克服代数 $L(\mu,K)$ 上模的复杂层次结构所带来的困难，我们已经在随机对偶系上建立了弱连续典则模同态的表示定理，随机 Mackey 结构的存在性定理和随机双极定理等重要的关于随机相容性方面的基本工作. 自然地，关于随机对偶对的随机可允许结构的研究将是一个不可避免的问题，我们发现这方面的研究比随机相容性的研究要复杂，本注记的目的是证明随机可允许结构的研究对随机局部凸模具有普遍的理论意义，确切地说，对任意随机局部凸模 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$, 本文证明了 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 可表示成关于自然的随机对偶对 $<S,S^*>$ 的一个随机可允许结构.

2 预备知识

为读者方便，先介绍本文用到的记号，基本概念等预备知识.

在本文中 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 恒表示一给定的 σ- 有限空间，K 是实数域 R 或复数域 C . $L(\mu,K)$ 表示 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 上的 K- 值 μ- 可测函数的 μ- 等价类全体组成的代数，0 和 1 分别记它中的

收稿日期: 2009-06-12
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10501036; 10871016)

零元和单位元. $\forall\xi\in L(\mu,K)$, $|\xi|$ 表示 $|\xi^0|$ 决定的 μ- 等价类, 其中 $|\xi^0|$ 为 ξ 的任一代表元, $|\xi^0|$ 按下列定义: $|\xi^0|(\omega)=|\xi^0(\omega)|,\forall\omega\in\Omega$. 关于 μ- 可测函数, μ- 可测集, μ- 等价类等术语, 均参见文献 [7].

定义 1[4,6] (1) 设 S 为 K 上的线性空间, 一个线性算子 $f:S\to L(\mu,K)$ 被称为 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机线性泛函; 若 S 是 R 上的线性空间, 则一映射 $f:S\to L(\mu,R)$ 被称为 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机次线性泛函, 若 $f(\alpha p)=\alpha\cdot f(p),\forall\alpha>0$,$p\in S$, 且 $f(p+q)\le f(p)+f(q),\forall p,q\in S$.

(2) 设 S 是 K 上的线性空间, 则一映射 $f:S\to L^+(\mu)$ 被称为 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机半范, 若 $f(\alpha p)=|\alpha|\cdot f(p),\forall\alpha\in K$,$p\in S$, 且 $f(p+q)\le f(p)+f(q),\forall p,q\in S$.

(3) 设 S 是代数 $L(\mu,K)$ 上的左模, 则一映射 $f:S\to L^+(\mu)$ 被称为 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的模绝对齐次随机半范 (简称为 M- 随机半范), 若 f 是 S 上随机半范且 $f(\xi\cdot p)=|\xi|\cdot f(p),\forall\xi\in L(\mu,K)$, $p\in S$.

定义 2[4,6] 有序对 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 被称为数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸空间, 若满足如下三个条件:

(1) S 是数域 K 上的线性空间;

(2) D 是一指标集, $\forall d\in D,\mathcal{X}^d$: $S\to L^+(\mu)$ 是 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机半范;

(3) $\bigvee\{X_p^d:d\in D\}=0$ 当且仅当 $p=\theta$ (θ 是 S 中零元).

进一步, 若存在一映射 $*:L(\mu,K)\times S\to S$ 使得下列两条也被满足:

(4) $(S,*)$ 是代数 $L(\mu,K)$ 上的左模;

(5) 任意 $d\in D,\mathcal{X}^d$ 是 $(S,*)$ 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的 M- 随机半范.

则有序三元组 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D},*)$ 被称为数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸模.

设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸模, 当 D 是一单点集时, $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 正好退化为一 S 上的 M- 随机范数 $\mathcal{X}$, 即 $(S,\mathcal{X})$ 成为一随机赋范模. $L(\mu,K)$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的典型的随机赋范模, 因此也是随机局部凸模. 若 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 是一平凡概率空间, 即 $\mathcal{A}=\{\Omega,\emptyset\}$ 且 $\mu(\Omega)=1$, 则 K 上 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 以为基的随机局部凸模正好退化成一个通常的局部凸空间.

引理 1[6] 设 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 是一 σ- 有限但不是有限的测度空间, 由于一定存在 Ω 的可数 $\mathcal{A}$- 可测的剖分 $\{A_n:n\in N\}$,$\forall n\in N,0<\mu(A_n)<+\infty$. 定义 $\tilde{\mu}:\mathcal{A}\to[0,1]$ 为

$$\tilde{\mu}(A)=\sum_{n\ge1}\frac{1}{2^n}\cdot\frac{\mu(A\cap A_n)}{\mu(A_n)},\quad\forall A\in\mathcal{A}.$$

则 $\tilde{\mu}$ 是一和 μ 等价的概率测度. 进一步可看到 $L(\mu,K)$ 中的网 $\{p_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ 局部依测度 μ 收敛到 $L(\mu,K)$ 中的点 p, 即 $\{p_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ 在每个具有有限正测度的 $\mathcal{A}$- 可测集上都依测度 μ 收敛到点 p 当且仅当 $\{p_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ 依概率 $\tilde{\mu}$ 收敛到点 p.

命题 1[6] 设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸模. 若 μ 不是有限的, 取 $\tilde{\mu}$ 如引理 1 , 若 $\mu(\Omega)<+\infty$ 则 $\tilde{\mu}(A)=\mu(A)/\mu(\Omega)$, $\forall A\in\mathcal{A}$. 对 S 中的零元 θ 及任意正数 ε 和 λ , $0<\lambda<1$, 令 $\mathcal{N}_\theta(d,\varepsilon,\lambda)=\{p\in S:\tilde{\mu}\{\omega\in\Omega:X_p^d(\omega)<\varepsilon\}>1-\lambda\}$. 则

(1) $\mathcal{N}_\theta=\{\bigcap_{i=1}^n\mathcal{N}_\theta\ (d_i,\varepsilon_i,\lambda_i)$: $n\in N,d_i\in D,\varepsilon_i>0,0<\lambda_i<1,1\le i\le n\}$ 形成 S 中某个 Hausdorff 线性拓扑在 θ 点的局部基, 称为由 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 生成的 (ε,λ)- 线性拓扑, 记为

$\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$- 拓扑.

(2) S 中一网 $\{p_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ 依 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$- 拓扑收敛到 S 中点 p 当且仅当 $\forall d\in D, \{X^d_{p_\alpha-p}:\alpha\in\Gamma\}$ 局部依测度 μ 收敛到 0.

(3) 作为特殊的随机局部凸空间，$L(\mu,K)$ 的 (ε,λ)- 线性拓扑是通常的局部依测度 μ 收敛拓扑或依概率 $\tilde{\mu}$ 收敛拓扑.

(4) 进一步，若 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是一随机局部凸模，当 S 和 $L(\mu,K)$ 都赋予各自的 (ε,λ)- 线性拓扑，则 S 也是拓扑代数 $L(\mu,K)$ 上的 Hausdorff 拓扑模，即模乘法 $\cdot: L(\mu,K)\times S\to S$ 是联合连续的. 显然 $L(\mu,K)$ 在它的 (ε,λ)- 拓扑下是一拓扑代数，即代数乘法 $\cdot: L(\mu,K)\times L(\mu,K)\to L(\mu,K)$ 是联合连续的.

记 $\mathcal{F}(H)$ 是一给定集 H 的所有非空有限子集组成的集族. 设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 为一随机局部凸空间，对任意 $F\in\mathcal{F}(D)$，定义 $\mathcal{X}^F$: $S\to L^+(\mu)$ 为 $X^F_p=\sum_{d\in F}X^d_p, \forall p\in S$，则 $\{\mathcal{X}^F\}_{F\in\mathcal{F}(\mathrm{D})}$ 是一族随机半范，若每个 $\mathcal{X}^d$ 是 M- 随机半范，则每个 $\mathcal{X}^F$ 是 M- 随机半范. 容易看到 $\{\mathcal{X}^F\}_{F\in\mathcal{F}(\mathrm{D})}$- 拓扑和 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$- 拓扑是等价的. $\{\mathcal{X}^F\}_{F\in\mathcal{F}(\mathrm{D})}$ 比 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 更好使用的地方在于 $\{\mathcal{X}^F\}_{F\in\mathcal{F}(\mathrm{D})}$ 是定向的：任意 $F_1,F_2\in\mathcal{F}(D)$，令 $F_3=F_1\bigcup F_2$，则 $X^{F_3}_p\ge X^{F_1}_p\vee X^{F_2}_p, \forall p\in S$. 因此我们经常假定 D 是一定向集，当 $d_1\ge d_2$,$X^{d_1}_p\ge X^{d_2}_p, \forall p\in S$. 从现在开始我们提到随机局部凸模的的拓扑均指它的 (ε,λ)- 拓扑.

定义 3[4]　设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸空间. 一随机线性泛函 $f:S\to L(\mu,K)$ 称为 μ-a.e. 有界，若存在 Ω 的可数 $\mathcal{A}$- 可测剖分 $\{A_n:n\in N\}$ (即 $A_n\in\mathcal{A}, A_n\bigcap A_m=\emptyset\ (n\neq m)$ ，$\Omega=\sum_{n\ge1}A_n$)，一列 $L^+(\mu)$ 中的 $\{\xi_n:n\in N\}$，$\mathcal{F}(D)$ 中的可数子族 $\{F_n:n\in N\}$ 满足

$$|f(p)|\le\sum_{n\ge1}\tilde{I}_{A_n}\cdot\xi_n\cdot X^{F_n}_p, \forall p\in S$$

.

在 [3] 中已经证明：当 S 是一个随机局部凸模时，一随机线性泛函 $f:S\to L(\mu,K)$ 是 μ-a.e. 有界当且仅当 f 是连续模同态.

定义 4[4,6]　设 S 是代数 $L(\mu,K)$ 上一左模. S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的一族 M- 随机半范 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 称为饱和族，若这族也包含 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的具有下列性质 (B) 的任一 M- 随机半范 $\mathcal{X}$：存在 Ω 的一可数 $\mathcal{A}$- 可测剖分，$L^+(\mu)$ 中一族 $\{\xi_n:n\in N\}$ 与 $\mathcal{F}(D)$ 的一可数子族 $\{F_n:n\in N\}$ 使得

$$X_p\le\sum_{n\ge1}\tilde{I}_{A_n}\cdot\xi_n\cdot X^{F_n}_p, \forall p\in S.$$

对 S 上任意以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的 M- 随机半范族 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$，把具有上面性质 (B) 的所有 M- 随机半范所组成的族记为 $\mathrm{s}(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$. 则 $\mathrm{s}(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 称为由 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 所生成的饱和族，显然它是包含 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 的最小饱和族.

在 [6] 中我们已证明：设 S 是代数 $L(\mu,K)$ 上的一左模，$\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 和 $\{\mathcal{X}^e\}_{e\in\Gamma}$ 是 S 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的两族 M- 随机半范. 则 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 和 $\{\mathcal{X}^e\}_{e\in\Gamma}$ 生成相同的 (ε,λ)- 拓扑当且仅当 $\mathrm{s}(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})=\mathrm{s}(\{\mathcal{X}^e\}_{e\in\Gamma})$.

定义 5[4,6]　代数 $L(\mu,K)$ 上的左模 S_1 和 S_2 被称为 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的关于双模同态 $<\cdot,\cdot>: S_1\times S_2\to L(\mu,K)$ (即对任意固定的 $p\in S_1$ 和 $q\in S_2$，$<\cdot,q>: S_1\to L(\mu,K)$ 和 $<p,\cdot>: S_2\to L(\mu,K)$ 都是模同态) 的随机对偶对，若下列两条满足：

(1) $<p,q>=0,\forall p\in S_1$ 蕴含 $q=\theta$ (S_2 中零元);

(2) $<p,q>=0,\forall q\in S_2$ 蕴含 $p=\theta$ (S_1 中零元).

为简洁，若 S_1,S_2 和 $<\cdot,\cdot>$ 满足定义 5，我们称 $<S_1,S_2>$ 是 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机对偶对.

引理 2[8] 设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的一随机局部凸模，$\{f_\alpha:\alpha\in\Lambda\}\subset S^*$ 是 M- 凸的等度连续的典则模同态族，则存在 S 上的 M- 随机半范 $F:S\to L^+(\mu)$ 满足如下条件：

(1) $\forall\xi\in L(\mu,K),p\in S,F(\xi p)=|\xi|F(p)$;

(2) $\forall\alpha\in\Lambda,p\in S\quad|f_\alpha(p)|\leq F(p)$.

2 主要结果及其证明

定义 6[4] 设 $(S^1,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}),(S^2,\{\mathcal{X}^e\}_{e\in\Gamma})$ 是同一数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机局部凸模. $\{T_\alpha:\alpha\in\Lambda\}$ 是从 S^1 到 S^2 的连续模同态族. 若对任意 S^2 上连续的 M- 随机半范 X^2, 总存在 S^1 上连续的 M- 随机半范 X^1, 使得

$$\bigvee_{\alpha\in\Lambda}X^2_{T_\alpha(p)}\leq X^1_p,\forall p\in S^1,$$

则称 $\{T_\alpha:\alpha\in\Lambda\}$ 是等度几乎处处有界的，简称等度 a.e. 有界. 特别地：若 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的一随机局部凸模且 $\{T_\alpha:\alpha\in\Lambda\}\subset S^*$ 等度 a.e. 有界，那么必存在 S 上连续的 M- 随机半范 X, 使得 $\bigvee_{\alpha\in\Lambda}|f_\alpha(p)|\leq X_p,\forall p\in S$.

由引理 2 易证如下命题：

定理 1 设 $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的一随机局部凸模. $E=\{T_\alpha:\alpha\in\Lambda\}\subset S^*$, 且 E 是 M- 凸的，则 E 等度 a.e. 有界和等度连续是等价的.

注记 1 显然一个等度 a.e. 有界集必是等度连续集，但反之未然. 事实上，等度连续集的概念太弱而不能保证获得一些有意义的结果.

定义 7[4] 设 $<S_1,S_2>$ 是数域 K 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机对偶对，$\mathcal{B}$ 是 S_2 中一 a.e. 有界子集族. 任意 $B\in\mathcal{B}$, 定义 $\mathcal{X}^B:S_1\to L^+(\mu)$ 为 $X^B_p=\bigvee_{q\in B}|<p,q>|$ ，$p\in S_1$. 记 $\{\mathcal{X}^B:B\in\mathcal{B}\}$ 为 $T_{\mathcal{B}}$. S_1 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的 M- 随机半范族 $\{\mathcal{X}^B\}_{B\in\mathcal{B}}$ 被称为 S_1 上关于 $<S_1,S_2>$ 的一个随机一致收敛结构.

我们总假定 $\mathcal{B}$ 在 S_1 中有下列分离性：对任意 $q\in\bigcup\mathcal{B}$ 若 $<p_1,q>=<p_2,q>$ 成立，则必有 $p_1=p_2$.

注记 2 若 $\mathcal{B}$ 是 S_2 中所有有限子集所组成的集族，随机弱拓扑 $\sigma(S_1,S_2)$ 可由 S_1 上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的 M- 随机半范族 $\{\mathcal{X}^F:F\in\mathcal{B}\}$ 给定，其中 $X^F_p=\bigvee_{q\in F}|<p,q>|$ ，$\forall p\in S_1$, 因此随机弱拓扑 $\sigma(S_1,S_2)$ 可以看作由 $\mathcal{B}$ 诱导的一个随机一致收敛结构.

定义 8[4] 设 $<S_1,S_2>$ 是数域K上以 $(\Omega,\mathcal{A},\mu)$ 为基的随机对偶对且 $\mathcal{B}$ 是由 S_2 中的某些 a.e. 有界子集所组成的集族. 若 $(S_1,T_{\mathcal{B}})^*\supset S_2$, 则 S_1 上的随机一致收敛结构 $T_{\mathcal{B}}$ 称为 S_1 上关于 $<S_1,S_2>$ 的随机可允许结构. 相应的 a.e. 有界集族 $\mathcal{B}$ 称为 S_2 上关于 $<S_1,S_2>$

的随机可允许族.

下述定理是显然的：

定理 2　设 $< S_1, S_2 >$ 是数域 K 上以 $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ 为基的随机对偶对, $\mathcal{B}$ 是 S_2 上一 a.e. 有界子集族. 若 $\bigcup_{A\in\mathcal{B}} A$ 生成的子模是 S_2, 则 S_1 上的随机一致收敛结构 $T_{\mathcal{B}}$ 是随机可允许结构.

定理 3　设 $(S, \{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是 K 上以 $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ 为基的随机局部凸模, S^* 是 S 的随机共轭空间. 定义 $X_p^A = \bigvee_{f\in A} |f(p)|, \forall p \in S$ 而且 $\forall A \in \mathcal{E}$, 其中 $\mathcal{E}$=$\{A : A \subset S^*$ 且 A 是等度 a.e. 有界的$\}$, 则

(1)　$\forall A \in \mathcal{E}$, 存在一 $\mathcal{X} \in s(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 满足 $X_p^A \le X_p$,　$\forall p \in S$;

(2)　$\forall \mathcal{X} \in s(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$, 存在一 $A \in \mathcal{E}$ 满足 $X_p \le X_p^A$,　$\forall p \in S$.

即 $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ 与 S 上关于自然的随机对偶对 $< S, S^* >$ 的随机可允许结构 $T_{\mathcal{E}}$ 等价.

证明　(1)　由于 $A \in \mathcal{E}$, 在 S 上必存在一 $\mathcal{X} \in s(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 满足 $\bigvee_{f\in A} |f(p)| \le X_p$, $\forall p \in S$. 即 $X_p^A \le X_p, \forall p \in S$;

(2)　设 $\mathcal{X} \in s(\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$ 是一连续 M- 随机半范. 记 $A = \{f \in S^* : |f(p)| \le X_p, \forall p \in S\}$, 显然 A 是等度 a.e. 有界的. 我们需要验证对任意的 $p \in S, X_p = X_p^A = \bigvee_{f\in A} |f(p)|$ 如下：首先，由于 f 属于 A, $|f(p)| \le X_p$, $\forall p \in S$, 则 $\bigvee_{f\in A} |f(p)| \le X_p$,$\forall p \in S$. 即 $X_p^A \le X_p$,$\forall p \in S$; 其次，对任意 $p_0 \in S$, 由随机泛函的 Hahn-Banach 定理 [2], 存在 $f_0 \in S^*$, 使得 $f_0(p_0) = X_{p_0}$ 且 $|f_0(p)| \le X_p, \forall p \in S$. 则 $f_0 \in A$. 而 $X_{p_0}^A = \bigvee_{f\in A} |f(p_0)| \ge |f_0(p_0)| = X_{p_0}$, 即 $X_{p_0}^A \ge X_{p_0}$.

推论 1　设 (S, τ) 为 K 上的 Hausdorff 局部凸空间, 则 τ 必为 S 关于自然对偶 $< S, S^* >$ 上的某个可允许拓扑.

证明　在定理 3 中取基空间为一个平凡的概率空间即可.

注记 3　推论 1 的原始证明 [9] 是利用极的概念来证明的，它是非构造性的，这种证明方法对定理 3 不再有效. 定理 3 证明的成功之处在于直接构造随机一致收敛结构 $T_{\mathcal{E}}$ 而且利用随机泛函的 Hahn-Banach 定理给出一个十分简捷的证明，这对推论 1 来说也提供了一个有新意的证明.

推论 2　设 $< S_1, S_2 >$ 是 K 上以 $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ 为基的随机对偶对, 则 S_1 上每一个随机相容结构是关于 $< S_1, S_2 >$ 的随机可允许结构.

参 考 文 献

[1]　郭铁信. 随机对偶性. 厦门大学学报 (自然科学版), 1997, 36(2): 167-170.

[2]　Guo Tiexin. Some basic theories of random normed linear spaces and random inner product spaces. Acta Anal Funct Appl, 1999, 1(2): 160-184.

[3]　Guo Tiexin, Zhu Linhu. A characterization of continuous module homomorphisms on random seminormed modules and its applications. Acta Math Sinica(English Series), 2003, 19(1): 201-208

[4] Guo Tiexin. Survey of recent developments of random metric theory and its applications in China(II). Acta. Anal. Funct. Appl., 2001, 3(3): 208-230.

[5] Guo Tiexin, Xiao Haixia, Chen Xinxiang. A basic strict separation theorem in random locally convex modules. Nonlinear Anal(Ser A), 2009, 71: 3794-3804.

[6] Guo Tiexin, Chen Xinxiang. Random duality. Sci. China(Ser A), 2009, 52(10): 2084-2098.

[7] Dunford N, Schwartz J T. Linear Operators(I). New York:Interscience, 1957.

[8] 王家辉. 随机半范模上等度连续的典则模同态族的特征. 数学研究, 2003, 36(2): 184-189.

[9] 夏道行, 杨亚先. 线性拓扑空间引论. 上海: 上海科学技术出版社, 1986.

A Note on Random Duality

Chen Xinxiang [1] Guo Tiexin [2]

(1.School of Mathenmtical Science, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005

2. LMIB and School of Mathematics and Systems Science, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract In this paper, we prove that a random locally convex module $(S,\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D})$, $\{\mathcal{X}^d\}_{d\in D}$ can be expressed as a random admissible structure with respect to the natural random duality $< S, S^* >$.

Key words Random locally convex module; Random admissible structure; M-convex ; equi-a.e. bounded set